ҚазККА Хабаршысы № 3 (132), 2024 ISSN 1609-1817 (Print) The Bulletin of KazATC
Вестник КазАТК № 3 (132), 2024 ISSN 2790-5802 (Online) DOI 10.52167/1609-1817
vestnik.alt.edu.kz

УДК 625.144.5/7 **DOI 10.52167/1609-1817-2024-132-3-73-83**

Б.О. Ускембаева, Ш.К. Курманова
Satbayev university, Алматы, Казахстан
E-mail: sh.kurmanova@satbayev.university

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК СТЕРЖНЯ ПРИ НАЛИЧИИ БОКОВОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА И НАЛИЧИЯ ТЕПЛООБМЕНА ПО ТОРЦАМ

Аннотация. Рассмотрен стержень постоянного сечения и конечной длиной, по торцам которого происходит теплообмен с окружающей средой, а сбоку которого подается тепловой поток. Получено аналитическое решение задачи определения термомеханических характеристик стержня: закон распределения температуры и перемещения, удлинение, осевое термическое усилие, термо-упругие, температурные, упругие напряжения и деформации стержня. Получено графическое представление этих характеристик.

Ключевые слова. Стержень, уравнение теплопроводности, перемещение, температура, теплообмен, тепловой поток.

Введение.

В настоящее время большое внимание уделяется задачам определения термомеханических характеристик стержня.

Аналитическое решение задачи теплопроводности можно получить только для простых постановок. В основном используются численные методы.

Имеется в основном три группы методов для численного решения дифференциальных уравнений:

- метод конечных разностей;
- вариационный метод;
- взвешенный остаточный метод.

Метод конечных разностей можно использовать для решения задачи переноса тепла, течения жидкостей, когда границы параллельны координатным осям. Если не так, то трудно разработать общий алгоритм решения задачи.

Метод конечных разностей аппроксимирует производные в дифференциальном уравнении, в результате которого получается разностные уравнения. Этот метод полезен для решения задач теплообмена и механики жидкости и хорошо работает для двумерных областей с границами, параллельными осям координат. Метод, однако, является довольно громоздким, когда области имеют изогнутые или нерегулярные границы, и в таких случаях сложно написать общие компьютерные программы для этого метода.

Вариационный метод включает в себя интеграл от функции, который является числом. Каждая новая функция производит новое число. Функция, которая производит наименьшее число, обладает дополнительным свойством- удовлетворяет рассматриваемое дифференциальное уравнение.

В вариационном исчислении показывается, что конкретное уравнение $y = g(x)$, которое дает наименьшее числовое значение для функционала, является решением дифференциального уравнения.

Для данного дифференциального уравнения приближенное решение может быть получено путем подстановки различных пробных функций в соответствующий функционал. Пробная функция, которая дает минимальное значение функционалу, является приближенным решением.

Вариационный метод является основой для многих конечно-элементных формулировок, но имеет существенный недостаток: он не применим к любому дифференциальному уравнению, содержащему первый производный член.

Взвешенные остаточные методы также включают в себя интеграл. В этих методах приближенное решение подставляется в дифференциальное уравнение. Поскольку приближенное решение не удовлетворяет уравнению, возникает остаточный или ошибочный член R(x).

Остаток R(x) умножается на весовые функции wj(x), и интеграл от произведения должен быть равен нулю. Количество весовых функций равно числу неизвестных коэффициентов в приближенном решении. Есть несколько вариантов для весовых функций.

Рассмотрим некоторые из наиболее популярных вариантов [15].

Метод размещения. В качестве весовых функций выбираются импульсные функции wj(x)=δ(x-xj). Этот выбор эквивалентен требованию исчезновения остатка в определенных узлах. Количество выбранных точек равно количеству неопределенных коэффициентов в приближенном решении.

Метод Галеркина. Метод Галеркина использует те же функции для wj(x), которые использовались в приближенном решении. Этот подход является основой метода конечных элементов для многих задач. Он работает с членами дифференциального уравнения, включающие первые производные. Этот метод дает тот же результат, что и вариационный метод при применении к самосопряженным дифференциальным уравнениям.

Метод наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов использует остаток R(x) в качестве весовой функции и минимизируется функционал, который характиризует ошибку,которая минимизируется относительно неизвестных коэффициентов в приближенном решении. Метод наименьших квадратов использовался для формулировки решений конечных элементов, но он не так популярен, как метод Галеркина и вариационный подход.

Вариационный метод и взвешенные остаточные методы каждый включает в себя интеграл. Эти методы могут быть сгруппированы под заголовком интегральных формул. Численное решение, основанное на интегральной формулировке, является новой концепцией для многих исследований.

Как уже отмечалась МКЭ является широко принятой численной процедурой для приближенного решения многих дифференциальных уравнений.

В [1] представлены результаты аналитического и численного решения задачи теплопереноса в стержне конечной длины. Аналитическое решение получено с использованием ряда Фурье. Численная модель задачи основана на методе конечных элементов (МКЭ). Кроме того, для проверки совместимости обоих решений сравниваются и обсуждаются распределения температуры для выбранных моментов времени.

В [2] приведен нетеплоизолированный стержень по торцам постоянного сечения с конечной длиной, с сбоку которого подается тепловой поток (рисунок 1), благодаря теплопроводности передается тепло от более нагретых частей к менее нагретым. Необходимо определить термоупругие характеристики стержня**.**

В исследовании, описанном в [3], обсуждается горизонтальный стержень с ограниченными размерами, чей радиус линейно меняется вдоль его длины. Поперечное сечение на левом конце этого стержня имеет большую площадь, чем на правом. Полная изоляция достигнута на боковой поверхности стержня. На левый конец был наложен тепловой поток, в то время как обмен теплом с окружающей средой осуществляется через поперечное сечение на правом конце. В данном исследовании были выявлены зоны распределения температур, смещений, трех компонентов деформации и напряжений, при условии, что оба конца стержня надежно зафиксированы.

В [4] определяется удлинение стержня при условии, что один конец стержня закреплен, а другой свободен. В случае, когда два конца стержня закреплены, значение результирующей осевой сжимающей силы равно рассчитано. В этом исследовании были использованы фундаментальные законы сохранения энергии.

В исследовании, представленном в [5], анализируется горизонтальный стержень с ограниченной длиной, где радиус стержня изменяется по длине в линейной зависимости. Размеры поперечного сечения на левом конце стержня превышают размеры на правом конце. Полная тепловая изоляция достигнута на боковых поверхностях стержня. Тепловая энергия подается на поперечное сечение левого конца, тогда как теплообмен с окружением происходит через поперечное сечение на правом конце. В данной работе были определены поля распределения температуры, перемещений, деформаций по трем направлениям и напряжений, при предположении, что концы стержня надежно фиксированы. Также была измерена длина удлинения стержня в случае фиксации одного конца и свободы другого. Для ситуации, когда оба конца стержня зафиксированы, рассчитывалась величина возникающего осевого сжимающего усилия. В исследовании были использованы основные законы сохранения энергии.

В [6] сделана попытка построить динамическую модель нелокальной теплопроводности в нелокальном упругом ограниченном стержне. Эта модель построена с использованием теории обобщенной термоупругости Лорда-Шульмана за счет включения одного времени релаксации в уравнение теплопроводности и уравнение движения. Затем эта модель используется для обсуждения теплового поведения стержня при воздействии движущегося источника тепла. Оба конца стержня предполагается жестко закрепленными и теплоизолированными. Аналитические решения для распределения температуры, смещения и тепловых напряжений получаются с использованием интегрального преобразования. Метод преобразования Лапласа используется для получения аналитических решений для таких переменных поля, как температура, смещение и напряжение. Обратное преобразование Лапласа, основанное на методе Закиана, используется для инвертирования результатов в пространственно-временной области. Особое внимание уделено изучению влияния теплового нелокального параметра и скорости движущегося источника тепла на распределение переменных поля.

В исследовании, упомянутом в [7], была создана математическая модель для стержня с защемленными концами и постоянным поперечным сечением. Эта модель основана на энергетических принципах, направленных на минимизацию общей энергии упругих деформаций, и включает использование квадратичного конечного элемента с тремя узлами. Разработка учитывает наличие частичной теплоизоляции, теплового потока и теплообмена.

В дополнение, в [8] анализируется горизонтальный стержень с переменным радиусом, изменяющимся линейно вдоль его длины, где площадь поперечного сечения на левом конце больше, чем на правом. Полная тепловая изоляция достигается на боковых поверхностях стержня. Тепловой поток применяется к левому концу, в то время как теплообмен с окружающей средой осуществляется через правый конец. Исследование определяет распределение температуры, перемещение, три компонента деформации и напряжения при условии жесткого закрепления обоих концов стержня. Также изучается длина удлинения стержня при фиксации одного конца и свободе другого, а в случае закрепления обоих концов — величина возникающего осевого сжимающего усилия. В обоих исследованиях применяются фундаментальные законы сохранения энергии.

В [9] описаны методы и вычислительные алгоритмы оценки температуры для трехмерного случая. Рассматривается методы определения закон распределения температуры в теле формы прямоугольного параллелепипеда под действием теплового потока и наличие теплообмена. Считается, что одна из граней подвержен тепловому потоку, а остальные стороны тепло изолированы или находятся под воздействием окружающей среды. Чтобы использовать вариационный строится функционал полной энергии с учетом граничных условий. Минимизируя функционал и приравнивая его нулю, получаем систему линейных уравнений, решение которого дает температуру прямоугольного параллелепипеда в узловых точках. Далее, подставляя эти узловые значения температуры в аппроксимирующую функцию, получаем закон распределения температуры в теле в виде прямоугольного параллелепипеда. Закон распределения температуры получен делением прямоугольного параллелепипеда на один, два и три элемента. Для ускорения процесса расчета закона распределения температуры предусмотрен специальный алгоритм, на который написан программный код, позволяющий повысить эффективность вычислений на порядок. Это достигается тем, что созданный код содержит только систему линейных уравнений, в отличие от основной программы, формирующей общий функционал полных энергий, вычисляющий производные этого функционала и решающий систему линейных уравнений.

Многие элементы конструкций одновременно испытывают воздействия температуры, теплового потока, теплообмена и наружных механических сил с различными амплитудными характеристиками. Под влиянием таких нагрузок элементы стержневых конструкций могут оказаться недостаточно прочными, что в свою очередь может привести к коллапсу всей конструкции. Эта проблема является чрезвычайно важной и актуальной. В [10] построен универсальный вычислительный алгоритм, основанный на применении метода конечных элементов. Суть этого метода заключается в дискретизации исследуемой конструкции нелинейными конечными элементами и составления вариационного функционала температуры для каждого элемента. Минимизацией этого функционала по узловым точкам определен закон распределения температуры по длине стержня. Затем были определены поля упругих, температурных и термоупругих деформаций, напряжений и перемещений. Эта методика была применена в ситуации, когда обмен теплом происходит на обоих концах стержня с окружающей средой, а с боков направляется тепловой поток с неизменной интенсивностью.

В [15] разработаны и исследованы методики оценка термомеханических характеристик стержня с использованием метода конечных элементов. Формирован общий минимизируемый функционал при наличии разнородных источников тепла с учетом теплоизоляции, теплообмена для определения закона распределения температуры по длине стержня. Получены формулы расчета для определения термомеханических характеристик стержня при различных воздействиях температур с учетом теплоизоляции, теплообмена для стержня ограниченной длины. Представлены решения определенных задач теплопроводности стержня с использованием вариационного метода. Материал рассчитан на студентов технических направлений высших учебных заведений, а также может найти применение у инженеров и технических специалистов в их профессиональной деятельности.

Материалы и методы.

В данной статьи рассматривается стержень ограниченной длины L, по торцам которого происходит теплообмен с окружающей средой, а на боку подается тепловой поток с интенсивностью q, как показано на рисунке 1. Благодаря теплопроводности тепло передается от более нагретых частей к менее нагретым. Разработан аналитический метод определения термоупругих характеристики стержня, такие как, закон распределения температуры и перемещения, удлинение, осевое термическое усилие, термо-упругие, температурные, упругие напряжения и деформации стержня. Аналитический метод получения уравнения теплопроводности основан на фундаментальном законе сохранения энергии.

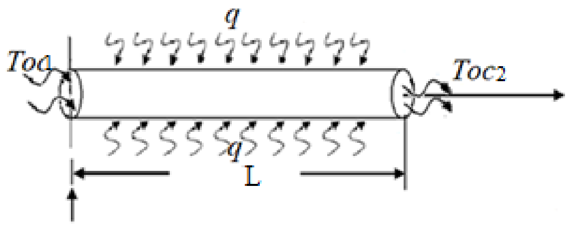

Рисунок 1- Расчетная схема

Сначала получим уравнение теплопроводности для заданного примера.
Количество тепла ΔQ, полученное стержнем на отрезке Δx за время Δt, равно [11]

$$\Delta Q = KxxS\frac{dT(x)}{dx^2}\Delta x\Delta t\ ,$$

где K_{xx} – коэффициент теплопроводности материала;
S $= \pi r^2$ – площадь поперечного сечения стержня $(см^2)$;
r- радиус стержня.

Эта величина равна количеству теплоты $\Delta Q_б$, которое поступает через боковую поверхность стержня длиной Δx за время Δt

$$\Delta Q_б = qp\Delta x\Delta t\ ,$$

где p $= 2\pi r$ – периметр стержня.

Приравнивая полученные выражения имеем

$$KxxS\frac{d^2T(x)}{dx^2}\Delta x\Delta t = qp\Delta x\Delta t\ .$$

Откуда получаем уравнение теплопроводности для поставленной задачи

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{qp}{SKxx} = 0 \tag{1}$$

при ограничениях

$$K_{xx}\frac{dT}{dx}|_{x=0} - h\left(T - T_{oc1}\right)|_{x=0} = 0, \tag{2}$$

$$K_{xx}\frac{dT}{dx}|^{L} + h\left(T - T_{oc2}\right)|^{L} = 0, \tag{3}$$

где q – тепловой поток $\left(\frac{Вт}{см^2}\right)$;
T – температура $(^\circ C)$;
L – длина стержня;
T_{oc1} и T_{oc2} температура окружающей среды на левом и правом торцах стержня $(^\circ C)$;

h – коэффициент теплоотдачи $\left(\frac{Вт}{см^2 \cdot {}^\circ C}\right)$;

K_{xx} – коэффициент теплопроводности материала $\left(\frac{Вт}{см \cdot {}^\circ C}\right)$;

Интегрируя дважды (1) получим решение однородного уравнения

$$T = c_1 x + c_2 + \frac{pqx^2}{2SKxx}. \quad (4)$$

Для получения значений c_1 и c_2 воспользуемся граничными условиями (2) и (3).
Для левого торца стержня (x=0) имеем:

$$Kxxc_1 - h_l(c_2 - Toc).$$

Откуда

$$c_2 = \frac{c_1}{h_l}Kxx + Tocl.$$

Для правого торца стержня (x=L) имеем:

$$Kxx\left(c_1 + \frac{pLq}{SKxx}\right) - h_p\left(c_1 L + \frac{c_1 Kxx}{h_l} + Tocl + \frac{pqL^2}{2SKxx} - Tocp\right) = 0.$$

Решая это уравнение относительно c_1 получим:

$$c_1 = \frac{h_p(Tocp - Tocl) - \frac{qL}{S} + \frac{h_p pqL^2}{2SKxx}}{Kxx - h_p L - \frac{h_p}{h_l}Kxx}.$$

Подставляя c_1 и c_2 в уравнение (4) получим распределение температуры по длине стержня.

Вычислим основные термо-механические характеристики стержня:

1) Удлинение стержня $\Delta\ell$:

$$\Delta\ell = \int_0^L \alpha(T(x))dx = \int_0^L \alpha\left(c_1 x + c_2 + \frac{pqx^2}{2SKxx}\right)dx = \alpha\left(\frac{c_1 L^2}{2} + c_2 L + \frac{pqL^3}{6SKxx}\right), \quad (5)$$

где α – коэффициент теплового расширения.

2) Осевое термическое усилие R:

$$R = -\frac{\Delta LE}{F} = -\frac{\Delta LE}{\pi r^2}. \quad (6)$$

где E – модуль Юнга.

3) Термо-упругое напряжение σ:

$$\sigma = \frac{R}{F} = -\frac{\Delta LE}{L}. \quad (7)$$

4) Термо-упругая деформация ε:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{\Delta L}{L}. \tag{8}$$

5) Температурная деформация $\varepsilon_T(x)$:

$$\varepsilon_T(x) = -\alpha T(x). \tag{9}$$

6) Температурное напряжение $\sigma_T(x)$:

$$\sigma_T(x) = E\varepsilon_T(x). \tag{10}$$

7) Упругая деформация $\varepsilon_x(x)$:

$$\varepsilon_x(x) = \varepsilon - \varepsilon_T(x). \tag{11}$$

8) Упругое напряжение $\sigma_x(x)$:

$$\sigma_x(x) = \sigma - \sigma_T(x). \tag{12}$$

9) Перемещение, которое определяется как

$$\mathrm{u(x)} = \int_0^x \varepsilon(z)\mathrm{dz}. \tag{13}$$

Результаты.

Для использования предложенного метода была разработана программа на Python для примера со следующими исходными данными:

L= 5, Kxx = 75, Toc1= 40, Toc2= 40, h= 10, r= 1, q= -150, alfa= 0.0000125, E= 2000000.

Использование разработанной программы позволила получить следующие результаты в пяти узлах стержня:

Температура в узловых точках =[154.0, 175.468, 182.875, 176.218, 155.5].

Удлинение стержня = 0.0163.

Осевое усилие стержня = -10355.0185.

eps(x)=[0, -0.00217, -0.00217, -0.00217, -0.00217]

epsT(x)=[-0.00193, -0.00219, -0.00229, -0.0022, -0.00194]

epsx(x)=[0, 2.461e-05, 0.000117, 3.398e-05, -0.000225]

sigma(x)=[0, -0.00217, -0.00217, -0.0021687500000000005, -0.00217]

sigma(x)=[0, -433500000000001, -433500000000001, -433500000000001, -433500000000001]

sigmaT(x)=[-3850.0, -4386.71875, -4571.875, -4405.468750000001, -3885000000000005]

sigmax(x)=[0, 49.21874999999909, 234.3749999999991, 696875, -450.00000000000045]

Перемещение стержня=[0, -0.000178, -1.758e-5, 0.000152, 0].

Графические представления результатов расчета термомеханических характеристик стержня аналитическим методом представлены на рисунке 2.

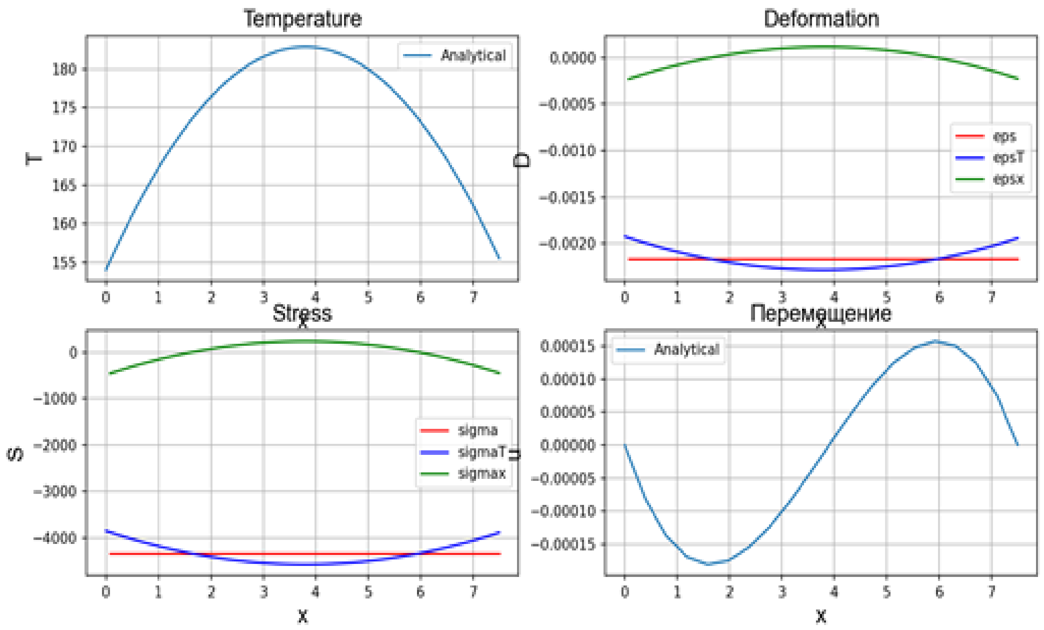

Рисунок 2 - Зависимость термомеханических характеристик стержня по длине стержня

Обсуждение.

На основании анализа представленных графиков термомеханических характеристик стержня ограниченной длины можно сделать следующие выводы:

- температура симметрично относительно середины стержня, как и ожидалась при условии равенства температур окружающей среды слева и справа стержня;

- с одной стороны стержня происходит сжатие, а с растяжение стержня, что видно из графика перемещения. При этом максимум и минимум перемещения соответствует нулевым значениям упругой деформации, а максимум упругой деформации соответствует нулевому значению перемещения.

Заключение.

В работе получено аналитическое решение задачи определения термомеханических характеристик стержня ограниченной длины, такие как, удлинение, осевое термическое усилие, термо-упругое напряжение и деформация, температурная деформация и напряжение, упругая деформация и напряжение, и перемещение.

Для получения наглядного представления этих характеристик была разработана программное обеспечение на универсальном инструментальном средстве программирования Python.

Результаты исследования показывает, что температура симметрично относительно центра стержня, так как по торцам стержня происходит теплообмен и два конца стержня защемлены, упругая деформация дважды обращается в ноль, и соответственно перемещение имеет один минимальный и один максимальный оптимум.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ewa Wegrzyn-Skrzypczak, Tomasz. Skrzypczak. Analytical and numerical solution of the heat conduction problem in the rodJournal of Applied Mathematics and Computational Mechanics 2017 16(4):79-86 Ewa Węgrzyn-Skrzypczak, Tomasz Skrzypczak

[2] Abdul Aziz Momin, Nikhil Shende, Abhijna Anamtatmakula, Emily Ganguly, Ashwin Gurbani, Chaitanya A Joshi, Yogesh Y Mahajan. Mathematical Modeling of Heat

Conduction. Department of Metallurgical and Materials Engineering (MME), Visvesvaraya National Institute of Technology (VNIT), Nagpur, India

[3] Kudaykulov A., Kalimoldayev M., Tashev A., Jumadillayeva A. Variation approach of the finite element method for determining the thermomechanical characteristics of the rod / LLP «Work Style»,Nur-sultan. – 2020. – 111p.

[4] Sayranbek Akhmetov, Anarbay Kudaykulov , and Dossan Bizhanov . Determination of thermally stressed state of rod elements of variable cross section under the impact of a lateral heat flow, heat exchange and surface thermal insulation E3S Web of Conferences 216, 01073 (2020) RSES 2020

[5] Кудайкулов А.К. Определение термо-напряженного состояния стержня переменного сечения// International Scientific Review № 6(16)/ International Scientific Review of the Problems and Prospects of Modern Science and Education: XIV International Science Conference (Boston, USA - 08 May, 2016). p. Свободное цитирование при указании авторства: https://scientific-conference.com/h/sborniki/tekhnicheskie-nauki/408-opredelenie-termo-napryazhennogo.html

[6] БегалиеваК.Б., Аршидинова М.И., КудайкуловАК., ТашевА.А.Энергетический метод решения. нелинейной задачи термоупругости для стержня переменного сечения Институт информационных и вычислительных технологий КН МОН РК, Алматы, Республика Казахстан, Казахский Национальный Университет имени аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан Материалы XIV Международной Азиатской школы-семинара. 2018 - Проблемы оптимизации сложных систем

[7] Zhuldyz Tashenova and Anarbay Kudaykulov L.N. Life Science Journal 2014;11(4s) http://www.lifesciencesite.com http://www.lifesciencesite.com 193 lifesciencej@gmail.com Algorithm and Software to Determine the State of Thermal Mechanical Bearing Elements with A High Temperature Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

[8] Кенжегулова Б.З., Гануова Т.Б., Мураткалиева А.И., Рахметов М.Е. Математическое моделирование одномерного термонапряженного (термоупругость) состояния защемленного двумя концами стержня при наличии разных источников тепла. Международный научно-исследовательский журнал №2(92) часть 1 Атырауский государс on Information University, Алматы. Казахстан

[9] M. Arshidinova. K Begaliyeva, A. Tashev Numerical Modelinq of Nonlinear Thermomechanical Processes in a Rod of Variable CROSS section in the Presence of Heat Flow. Published in Internotional Conference on Information Science and Control Engineering. Jule 2018. Engineering Physics

[10] Kazykhan R, Tashev A, Aitbayeva R, Kudaykulov A, Kunelbayev M, Mukaddas A, Zhunusova A, Kazangapova// Devlopment of methods and computational algorithms parallelepiped in the presence of temperature and heat exchange// INTERNATIONAL JOURNAL OF MECHANICS DOI: 10.46300/9104.2023.17.9 Volume 17, 2023, pp. 57-63

[11] Р.У. Тулеуова. Численное моделирование решения одномерных задач термоупругости при наличии теплового потока, меняющегося по координате линейным и нелинейным законам. Вестник Карагандинского университет. Серия «Математика». №3(83)/201

[12] Aramanovich I.G., Levin V.I. Equations of mathematical physics. - M.: Nauka, 1969. - pp. 145-183., http://sopromat2012.ru/M265/Book.pdf

[13] Levin V.I., Grossberg Yu.I. Differential equations of mathematical physics, Gostekhizdat, 1951., https://nashol.biz/searchdoc/131472, 2023г.

[14] Smirnov M.M. Problems on equations of mathematical physics. Science, 1968, https://bigenc.ru/b/zadachi-po-uravneniiam-matem-5f488f, 2022.

[15] Lebedev N.N., Skalskaya I.P. Collection of problems in mathematical physics, Gostekhizdat, 1956, https://obuchalka.org/20190522109583/sbornik-zadach-po-matematicheskoi-fizike-lebedev-n-n-skalskaya-i-p-uflyand-ya-s-1955.html, 2019.

REFERENCES*

[1] Ewa Wegrzyn-Skrzypczak, Tomasz. Skrzypczak. Analytical and numerical solution of the heat conduction problem in the rodJournal of Applied Mathematics and Computational Mechanics 2017 16(4):79-86 Ewa Węgrzyn-Skrzypczak, Tomasz Skrzypczak

[2] Abdul Aziz Momin, Nikhil Shende, Abhijna Anamtatmakula, Emily Ganguly, Ashwin Gurbani, Chaitanya A Joshi, Yogesh Y Mahajan. Mathematical Modeling of Heat Conduction. Department of Metallurgical and Materials Engineering (MME), Visvesvaraya National Institute of Technology (VNIT), Nagpur, India

[3] Kudaykulov A., Kalimoldayev M., Tashev A., Jumadillayeva A. Variation approach of the finite element method for determining the thermomechanical characteristics of the rod / LLP «Work Style»,Nur-sultan. – 2020. – 111p.

[4] Sayranbek Akhmetov, Anarbay Kudaykulov , and Dossan Bizhanov . Determination of thermally stressed state of rod elements of variable cross section under the impact of a lateral heat flow, heat exchange and surface thermal insulation E3S Web of Conferences 216, 01073 (2020) RSES 2020

[5] Kudajkulov A.K. Opredelenie termo-naprjazhennogo sostojanija sterzhnja peremennogo sechenija// International Scientific Review № 6(16)/ International Scientific Review of the Problems and Prospects of Modern Science and Education: XIV International Science Conference (Boston, USA - 08 May, 2016). p.

Svobodnoe citirovanie pri ukazanii avtorstva: https://scientific-conference.com/h/sborniki/tekhnicheskie-nauki/408-opredelenie-termo-napryazhennogo.html

[6] BegalievaK.B., Arshidinova M.I., KudajkulovAK., TashevA.A.Jenergeticheskij metod reshenija. nelinejnoj zadachi termouprugosti dlja sterzhnja peremennogo sechenija Institut informacionnyh i vychislitel'nyh tehnologij KN MON RK, Almaty, Respublika Kazahstan, Kazahskij Nacional'nyj Universitet imeni al'-Farabi, Almaty, Respublika Kazahstan Materialy XIV Mezhdunarodnoj Aziatskoj shkoly-seminara. 2018 - Problemy optimizacii slozhnyh sistem

[7] Zhuldyz Tashenova and Anarbay Kudaykulov L.N. Life Science Journal 2014;11(4s) http://www.lifesciencesite.com http://www.lifesciencesite.com 193 lifesciencej@gmail.com Algorithm and Software to Determine the State of Thermal Mechanical Bearing Elements with A High Temperature Gumilyov Eurasian National University, Astana, Kazakhstan

[8] Kenzhegulova B.Z., Ganuova T.B., Muratkalieva A.I., Rahmetov M.E. Matematicheskoe modelirovanie odnomernogo termonaprjazhennogo (termouprugost') sostojanija zashhemlennogo dvumja koncami sterzhnja pri nalichii raznyh istochnikov tepla. Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal №2(92) chast' 1 Atyrauskij gosudars on Information University, Almaty. Kazahstan

[9] M. Arshidinova. K Begaliyeva, A. Tashev Numerical Modelinq of Nonlinear Thermomechanical Processes in a Rod of Variable CROSS section in the Presence of Heat Flow. Published in Internotional Conference on Information Science and Control Engineering. Jule 2018. Engineering Physics

[10] Kazykhan R, Tashev A, Aitbayeva R, Kudaykulov A, Kunelbayev M, Mukaddas A, Zhunusova A, Kazangapova// Devlopment of methods and computational algorithms parallelepiped in the presence of temperature and heat exchange// INTERNATIONAL JOURNAL OF MECHANICS DOI: 10.46300/9104.2023.17.9 Volume 17, 2023, pp. 57-63

[11] R.U. Tuleuova. Chislennoe modelirovanie reshenija odnomernyh zadach termouprugosti pri nalichii teplovogo potoka, menjajushhegosja po koordinate linejnym i nelinejnym zakonam. Vestnik Karagandinskogo universitet. Serija «Matematika». №3(83)/201

[12] Aramanovich I.G., Levin V.I. Equations of mathematical physics. - M.: Nauka, 1969. - pp. 145-183., http://sopromat2012.ru/M265/Book.pdf

[13] Levin V.I., Grossberg Yu.I. Differential equations of mathematical physics, Gostekhizdat, 1951., https://nashol.biz/searchdoc/131472, 2023g.

[14] Smirnov M.M. Problems on equations of mathematical physics. Science, 1968, https://bigenc.ru/b/zadachi-po-uravneniiam-matem-5f488f, 2022.

[15] Lebedev N.N., Skalskaya I.P. Collection of problems in mathematical physics, Gostekhizdat, 1956, https://obuchalka.org/20190522109583/sbornik-zadach-po-matematicheskoi-fizike-lebedev-n-n-skalskaya-i-p-uflyand-ya-s-1955.html, 2019.

Багдат Ускембаева, т.ғ.к., қауымдастырылған профессор, Satbayev university, Алматы, Казахстан, b.uskembayeva@satbayev.university,

Шолпан Курманова, т.ғ.к., аға оқытушы, Satbayev university, Алматы, Казахстан, sh.kurmanova@satbayev.university

БҮЙІРЛІК ЖЫЛУ АҒЫНЫ БОЛҒАН КЕЗДЕ ЖӘНЕ ҰШТАРЫ БОЙЫНША ЖЫЛУ АЛМАСУ ЖЕЛІСІНДЕ ӨЗЕКТІҢ ТЕРМОЭЛАСТИКАЛЫҚ СИПАТТАМАЛАРЫН АНЫҚТАУ

Аңдатпа. Соңғы ұзындығы бар тұрақты қиманың өзегі қарастырылады, оның ұштарында қоршаған ортамен жылу алмасу жүреді және оның шеткі жағына жылу ағыны беріледі. Термомеханикалық сипаттамаларды анықтау үшін мәселесінің аналитикалық шешімдері алынды, мысалы, ұзарту, осьтік термиялық күш, термиялық серпімді кернеу және деформация, температуралық деформация және кернеу, серпімді деформация және кернеу, және орын ауыстыру. Осы сипаттамалардың графикалық көрінісін алдық.

Түйінді сөздер. Металлдың өзегі, сызықтық теңдеулер, орын ауыстыру, температура, жылу алмасу, уақыт аралығы.

Bagdat Uskembayeva, candidate of technical sciences, associate professor, Satpayev University, Almaty, Kazakhstan, b.uskembayeva@satbayev.university

Sholpan Kurmanova, candidate of technical sciences, senior lecturer, Satpayev University, Almaty, Kazakhstan, sh.kurmanova@satbayev.university

DETERMINATION OF THERMOELASTIC CHARACTERISTICS OF THE ROD IN THE PRESENCE OF LATERAL HEAT FLOW AND ON THE HEAT EXCHANGE LINE AT THE ENDS

Abstract. A rod of constant cross-section with a finite length is considered, along the ends of which heat exchange with the environment occurs, and a heat flow is supplied from the side. Analytical solutions to the problem of determining thermomechanical characteristics such as elongation, axial thermal force, thermo-elastic stress and deformation, temperature deformation and stress, elastic deformation and stress and displacement are obtained. A graphical representation of these characteristics is obtained.

Keywords. Metal rod, linearity equations, displacement, temperature, heat transfer, time interval.

****