

С.Ж. Кәріпбаев[✉], Ө. Тойлбай, А.К. Молдабеков,
Г.Н. Сейфула, А.А. Рысбекова

Азаматтық авиация академиясы, Алматы, Қазақстан,
E-mail:s.karipbaev@agakaz.kz

ЭЛЕКТРОСТАТИКАЛЫҚ ГИРОСКОП РОТОРЫНЫҢ АСФЕРИЗАЦИЯСЫ

Андатпа. Электростатикалық гироскоптың роторын оның бетін біркелкі қысыммен алдын-ала өңдеу кезінде асферизациялау процесінің толық теориялық негіздемесі жасалды.

Алдымен экваторлық бөлігінде сақинасы бар біркелкі қалыңдықты сфера формасындағы ЭСГ роторы қарастырылады. Асферизация- ротор айналымы кезінде оның бетінің формасында орын алатын екінші гармоникадан құтылуға мүмкіндік береді. Бірақ, бұл кезде ротор бетінің тендеуін Лежандр көпмүшелікке жіктегенде мәні инерциялық күштерден пайда болатын гармоникалардың амплитудалық мәніне жуық жоғары ретті гармоникалар пайда болады. Оларды роторды өңдеу арқылы компенсациялау мүмкін емес. Яғни, экватор төңірегінде масса шоғырланған қабыршықты сфера түрінде жасалған ротор асферизацияны тиімді өткізуге жол бермейді.

Аз параметрлер тәсілінің көмегімен өзара компенсацияланбайтын біртекті таралған қысым күшінен және центірден тепкіш күштерден пайда болатын жоғары гармоникаларды есепке алғандағы ротор формасы болып табылады. Есептеулердің нәтижесі асферизацияны жүзеге асырғанда төртінші гармоникадағы майысудың амплитудалық мәні асферизацияға дейінгі екінші гармоникадағы мәннен 10 – ақ есе аз екенін көрсетеді.

Бұдан әрі сыртқы беті R – радиусты сфера, ал ішкі жағы ротор экваторының жазықтығына қатысты симметриялы айналу беті болып табылатын ауыспалы қалыңдықты ЭСГ роторының асферизациясы қарастырылады.

Жұқа қабықшалардың иілу теориясының тендеулерінің дәлдігі асферизация кезінде орын алатын екіншіден жоғары гармониканың амплитудалық мәндері үшін сенімді нәтиже алуға мүмкіндік бермейді. Бетін біркелкі таралған қысыммен өңдеген кездегі ротор асферизациясының толық теориялық негіздемесі жасалды. Төртінші гармониканы есепке алғанда ЭСГ роторының асферизациясы туралы есеп *кеңістік теориясының* көмегімен шешілді. Нәтижесінде екінші, сонымен қатар төртінші гармоникадан құтылу мүмкіндігі туды.

ЭСГ – роторының кенеттен тоқтау кезінде ротор беті зақым алмайтындай болып жасалуы керек. Ол үшін ЭСГ роторын фрициялық зақымға төзімді жұқа пленкамен жабады. Ротордың беткі қабаты микроэртекті композитті орта болып табылады. Оның математикалық моделі өзара идеал адгезиямен байланысқан кездейсоқ араластырылған изотропты құрауыштардан тұратын орта ретінде қарастырылады.

Түйінді сөздер. Электростатикалық гироскоп, ротор, бұрыштық жылдамдық, ротордың асферизациялау процесі, бұрыштық импульс, күш функциясы, электродтардағы «сілтеме» кернеуі, электродтардың беттері бойынша интеграция.

Кіріспе.

Инерция эллипсоиды Ox_3 осінің айналасындағы айналу эллипсоиды болған жағдайда, егер эллипсоид сығылған болса, $I_1 = I_2$; және I_3 олардан үлкен болады, ал созылған болса, бұл шамалардан аз болады. (1.1) тендеуінің Ox_3 осіне проекциясы

$I_3 \frac{d\omega_3}{dt} = 0$ болады. Яғни бұрыштық жылдамдық векторының Ox_3 осіне проекциясы уақыттың бастапқы нүктесінде $-\omega_3 = b$.

Ротордың қозғалмайтын ξ_1, ξ_2, ξ_3 осьтерге қатысты орнын анықтау үшін уақыт функциясындағы Эйлердің үш бұрышын $(\vartheta, \varphi, \psi)$ білу жеткілікті. Ротордың қозғалмалы осьтеріне (Ox_1, Ox_2, Ox_3) лездік бұрыштық жылдамдық векторының проекциялары $(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ Эйлердің кинематикалық теңдеулерімен анықталады:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \dot{\varphi} \sin \vartheta \sin \varphi + \dot{\vartheta} \cos \varphi; \\ \omega_2 &= \dot{\varphi} \sin \vartheta \cos \varphi - \dot{\vartheta} \sin \varphi; \\ \omega_3 &= \dot{\varphi} \cos \vartheta + b.\end{aligned}\quad (1.1)$$

Эйлердің үш бұрышын уақыт функциялары ретінде есептеу үшін бастапқы шарттардан белгілі кинетикалық моменттің (L) өзгермейтін бағыты (η_3) ось ретінде таңдалды делік.

L векторының осьтерге проекциясы келесідей анықталады:

$$\begin{aligned}I_1 \omega_1 &= L \sin \vartheta \sin \varphi; \\ I_2 \omega_2 &= L \sin \vartheta \cos \varphi; \\ I_3 \omega_3 &= L \cos \vartheta.\end{aligned}\quad (1.2)$$

Соңғы теңдеуден (1.2) бұрыш (ϑ) тұрақты болып қалуы керектігі көрініп тұр $(\vartheta = \vartheta_0)$, сонымен қатар, $\cos \vartheta = bI_3/L$. Ротордың лездік бұрыштық айналу жылдамдығының векторын жылжымалы осьтерге (Ox_1, Ox_2, Ox_3) проекциялау және симметриялы ротор осі үшін өрнектерді ескере отырып, келесі өрнекті аламыз.

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{L}{I_1}; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{(I_3 - I_1)L}{I_1 I_3} \cos \vartheta.$$

Яғни, ψ және φ уақытқа пропорционал өзгереді:

$$\psi = \frac{L}{I_1} t; \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \vartheta t \quad (1.3)$$

Мұндағы:

$$\vartheta = b \frac{(I_3 - I_1)}{I_1}; \quad b = \frac{L}{I_3} \cos \vartheta.$$

Лездік бұрыштық айналу жылдамдығы $(\bar{\omega})$ $O1, O\eta_3, Ox_3$ осьтері бойымен бағытталған үш бұрыштық жылдамдықтың геометриялық қосындысы. Қарастырылып отырған жағдайда $\dot{\vartheta}$ нольге тең, ал $\dot{\varphi}$ мен $\dot{\psi}$ - тұрақы. Гироскоп роторындағы лездік айналу осьтерінің геометриялық орны- Ox_3 осты бар дөңгелек конус. Сыртқы күштер болмаған кезде кинетикалық момент тұрақты бағыт пен тұрақты шамаға ие болады

$$L = [(I_1 a)^2 + (I_3 b)^2]^{1/2} \quad (1.4)$$

Мұндағы:

$a = \frac{L}{I_1} \sin \vartheta$ - бұрыштық $(\bar{\omega})$ жылдамдық векторының уақыттың бастапқы нүктесіндегі Ox_1 осіне проекциясы.

(1.2) және (1.3) ескере отырып, бұрыштық жылдамдықты жылжымалы осьтерге (Ox_1, Ox_2, Ox_3) проекциялау үшін келесі теңдеулерді аламыз:

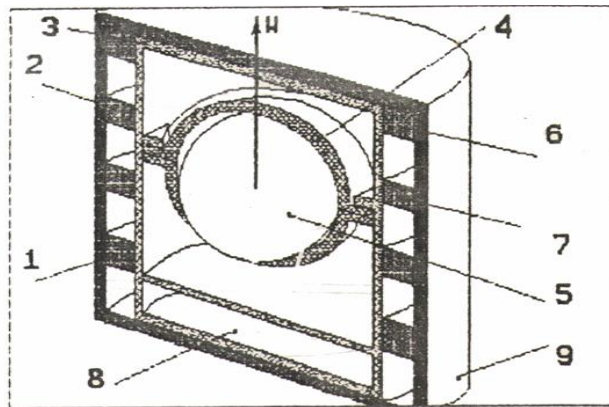
$$\omega_1 = a \cos \vartheta t; \quad \omega_2 = a \sin \vartheta t; \quad \omega_3 = b. \quad (1.5)$$

Материалдар мен тәсілдер.

Ротор материалы оның пішінін сақтау қабілетін, жеткілікті икемділігі мен салыстырмалы салмағының төмендігін ескере отырып таңдалады. Бериллий (меншікті салмағы $1,85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) бұл талапты басқа материалдарға қарағанда жақсы қанағаттандырады. Бұл жұмыста электродтар симметрия осьтері текше беттерінің симметрия осьтері бойымен бағытталған үш жұп бірдей сфералық сегменттерден тұратын суспензия қарастырылады. Бұл гироскоптардың роторлары керамикалық вакуумдалған камерада орналасқан қатты (картасыз нұсқада) шарлар болып табылады (1.1-сурет). 2-камераның ішкі бетінде ротордың жанаспайтын суспензиясы үшін электростатикалық өрісті жасайтын күштік электродтар жүйесі орналасқан. Электродтар текше беттерінің симметрия осьтері бойымен жұппен орналастырылған. Әрбір электрод сфералық сегмент болып табылады.

Камера ішіндегі вакуумды $1,3 \cdot 10^{-6}$ Па шамасына дейін ұстап тұру ионды қабылдағыш сорғымен жүзеге асырылады.

Құрылған гироскоп үлгілеріндегі роторлардың жұмыс (номиналды) айналу жылдамдығы 12, 30, 60, 150, 180 мың айн/мин құрайды.



1.1 сурет

Талқылау.

Гироскоп роторын асферизациялау үшін оны динамикалық симметрия осінің төңірегінде айналдырамыз (Ox_3). Бұл кезде нутация бұрышы $\vartheta = 0$, бұдан бұрыштық жылдамдық векторының Ox_1 осіне проекциясы $a = \frac{L}{I_1} \sin \vartheta$ нольге – ге тең және $\omega = L/I_3$ - Ox_3 осіне проекциясы екендігі шығады.

Бұл проекцияны

$$u_r = \frac{\rho \omega^2 R^3}{3G(7 + 5\mu)} [(I + \mu)r^3 - (3 + 2\mu)R^2 r] P_2(\alpha) [3] \quad (1.6)$$

өрнегіне қоя отырып Ox_3 осінің төңірегінде айналу кезіндегі ротор деформациясының теңдеуін аламыз.

$$u_r(\alpha, \beta) = - \frac{\rho R^3 (2 + \mu)}{2G(7 + 5\mu)} \left[\left(\frac{L}{I_3} \right)^2 \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{3} \right) \right]. \quad (1.7)$$

(1.6) – өрнегінен соңғы теңдеуді алып тастап, ротор деформациясын ескере отырып, оның деформацияланған бетінің Эйлер-Пуансо қозғалысына жуық теңдеуін жазуға болады.

$$r_1 = R + \left\{ -\frac{\rho R^3 (2 + \mu)}{2G(7 + 5\mu)} L^2 \left[-\sin^2 \vartheta \left(\frac{1}{I_3^2} + \frac{1}{2I_1^2} \right) * \left(\cos^2 \alpha - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2I_1 I_3} \sin 2\vartheta \sin 2\alpha \cos(\beta - vt) + \frac{1}{2I_1^2} \sin^2 \vartheta \sin^2 \alpha \cos(2vt - 2\beta) \right] \right\}. \quad (1.8)$$

(1.8) – өрнекті есепке ала отырып, ϑ_1, φ_1 сфералық координаттарда ротор корпусымен қатаң байланысқан $\xi_1 \xi_2 \xi_3$ үш жақ ішіндегі деформацияланған беттің теңдеуін аламыз.

$$\begin{aligned} r(\vartheta_1, \varphi_1) = R - \frac{\rho R^3 (2 + \mu)}{2G(7 + 5\mu)} L^2 & \left\{ \frac{1}{3} \sin^2 \vartheta \left(\frac{1}{I_3^2} + \frac{1}{2I_1^2} \right) - \sin^2 \vartheta \left(\frac{1}{I_3^2} + \frac{1}{2I_1^2} \right) [\beta_{31} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{32} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{33} \cos \vartheta_3]^2 \right. \\ & + \frac{1}{I_1 I_3} \sin 2\vartheta (\beta_{31} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{32} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{33} \cos \vartheta_3) \\ & * \left\{ \cos vt (\beta_{11} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{12} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{13} \cos \vartheta_1) \right. \\ & + \frac{1}{2I_1^2} \sin^2 \vartheta \cos 2vt \{ [\beta_{11} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{12} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{13} \cos \vartheta_3]^2 \\ & + \sin vt (\beta_{21} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{22} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{23} \cos \vartheta_1) \} \\ & \left. + [\beta_{21} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{22} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{23} \cos \vartheta_3]^2 \right\} \\ & + \frac{1}{I_3^2} \sin^2 \vartheta \sin 2vt \{ (\beta_{11} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{12} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{13} \cos \vartheta_1) \\ & * (\beta_{21} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \beta_{22} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \beta_{23} \cos \vartheta_1) \} \left. \right\}. \quad (1.9) \end{aligned}$$

Мартыненко Ю. Г. жұмысында келтірілген масса центріне қатысты ротордың бетіне қалыпты әсер ететін күштердің моментін анықтау әдістемесі электростатикалық гироскоп үшін қолданылады [3]:

$$\begin{aligned} M_1 &= f R^2 \iint_{S_1} \left(\frac{\partial r}{\partial \vartheta_1} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 + \frac{\partial r}{\partial \varphi_1} \cos \vartheta_1 \cos \varphi_1 \right) d\vartheta_1 d\varphi_1 ; \\ M_2 &= f R^2 \iint_{S_1} \left(-\frac{\partial r}{\partial \vartheta_1} \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1 + \frac{\partial r}{\partial \varphi_1} \cos \vartheta_1 \sin \varphi_1 \right) d\vartheta_1 d\varphi_1 ; \\ M_3 &= f R^2 \iint_{S_1} \left(-\frac{\partial r}{\partial \vartheta_1} \sin \vartheta_1 \right) d\vartheta_1 d\varphi_1 . \end{aligned} \quad (1.10)$$

(1.9) теңдеулерін (1.10) формулаларына қойып және электродтар бетімен интегралдауды орындай отырып, сонан соң алынған мәнді оның шығу уақыты бойынша орта мәнге келтіре отырып, бесінші және алтыншы электродтар жағынан әсер ететін күштер моменттерінің проекциясы үшін сәйкесінше келесі өрнектерді аламыз:

$$\begin{aligned} M_1^{(5)} = M_3^{(5)} = 0; \quad M_2^{(5)} &= f_5 M_0 \gamma_1 \gamma_3 ; \\ M_1^{(0)} = M_3^{(0)} = 0; \quad M_2^{(0)} &= f_0 M_0 \gamma_1 \gamma_3 . \end{aligned} \quad (1.11)$$

Мұндағы

$$M_0 = \frac{\rho R^3 (2+\mu)\pi L^2}{2G(7+5\mu)I_3^2} \sin^2 \vartheta \left[-(3 \cos^2 \vartheta - 1) + \frac{I_2^2}{I_1^2} (3 \sin^2 \vartheta - 1) + 6 \frac{I_2}{I_1} \cos^2 \vartheta \right] \cos \psi \sin^2 \psi.$$

Қарастырылып отырған сфералық координаттар жүйесінде электродтар беті арқылы интегралдау қиындық тудырады, бірақ, тірек электродтарының осы конфигурациясының симметриясын есепке алатын болсақ:

$$\begin{aligned} M_1^{(3)} = M_2^{(3)} = M_3^{(3)} &= 0, \\ M_1^{(4)} = M_2^{(4)} = M_3^{(4)} &= 0. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Өрнегін аламыз

$$\begin{aligned} M_1^{(1)} = M_3^{(1)} &= 0; & M_2^{(1)} &= -f_1 M_0 \gamma_1 \gamma_3, \\ M_1^{(2)} = M_3^{(2)} &= 0; & M_2^{(2)} &= -f_2 M_0 \gamma_1 \gamma_3. \end{aligned}$$

(1.11) және (1.12) пайдалана отырып, роторға барлық электродтар жағынан әсер ететін қосынды моменттің өрнегін табамыз.

$$M_1 = M_3 = 0, \quad M_2 = (f_5 + f_0 - f_1 - f_2) M_0 \gamma_1 \gamma_3. \quad (1.13)$$

Кинетикалық момент ξ_1, ξ_2, ξ_3 координаттар жүйесіне қатысты кездейсоқ орналасқан жалпы жағдайда, кинетикалық момент векторы $\xi_1 \xi_3$ жазықтығында жатқан кезідегіге ұқсас ойлстыра оырып, электродтар жағынан әсер ететін тіреуші күштер моменті үшін келесі өрнекті аламыз:

$$\begin{aligned} M_1 &= (f_3 + f_4 - f_5 - f_0) M_0 \gamma_2 \gamma_3, \\ M_2 &= (f_5 + f_0 - f_1 - f_2) M_0 \gamma_3 \gamma_1, \\ M_3 &= (f_1 + f_2 - f_3 - f_4) M_0 \gamma_1 \gamma_2. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Қарастыруға

$$W = W(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3). \quad (1.15)$$

(1.15) – функциясын енгіземіз.

(1.15) – функциясынан $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ бұрыштары арқылы алынған туынды қозғалмайтын $\xi_1 \xi_2 \xi_3$ үш жағының осінде ротор бетінің нормалі бойымен әсер ететін күштер моменттерінің проекциясын береді.

$$\begin{aligned} M_1 &= \gamma_2 \frac{\partial W}{\partial \gamma_3} - \gamma_3 \frac{\partial W}{\partial \gamma_2}, \\ M_2 &= \gamma_3 \frac{\partial W}{\partial \gamma_1} - \gamma_1 \frac{\partial W}{\partial \gamma_3}, \\ M_3 &= \gamma_1 \frac{\partial W}{\partial \gamma_2} - \gamma_2 \frac{\partial W}{\partial \gamma_1}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

(1.14), (1.15) және (1.16) формулалардан қарастырылып отырған жағдайда күш моменттерінің күштік функциясы ротордың кинетикалық моментінің векторының бағыттаушы косинустарының квадрат түрі екендігі көрініп тұр.

$$W = \frac{M_0}{2} [(f_1 + f_2)\gamma_1^2 + (f_3 + f_4)\gamma_2^2 + (f_5 + f_6)\gamma_3^2]. \quad (1.17)$$

Қатты дене контактсыз аспада тұрған кезде, F тірек күшінің бас векторын денеге әсер ететін массалық күштердің бас векторы теңгереді. Массалық күштерге ауырлық, инерция т.б. күштер жатады. Яғни, күштік функция (1.17) массасы дене массасына тең, ал массалар центрі контактсыз аспаның центрінен $R_1 \varepsilon_1$ шамасынан ауытқыған маятниктің күштік функциясы болып табылады. Бұл тұста 1.17 – күштік функциясымен анықталатын ұйытқулар сызықты болып келеді.

Тірек күштердің тығыздығының формуласын (1.17) ескере отырып, күштік функцияны келесі түрде қайта жазамыз.

$$W = -\frac{M_0}{16\pi d^2 R^2} \sum_{j=1}^3 [u_{2j-1}^2 + u_{2j}^2 - 2u_b(u_{2j-1} + u_j)] \gamma_0^2. \quad (1.18)$$

Моменттерді ары қарай талдау үшін потенциалдар үшін жазылған U_j өрнегін нақтылап алу керек.

Аспаның реттеу жүйесінің әртүрлі каналдарына жауап беретін электродтар қиылыспау тиіс, сол себепті (1.17) – формуласындағы $\frac{1}{\sqrt{2}} < \mu_0 < 1 (0 < \psi < \frac{\pi}{4})$ теңсіздігін қанағаттандыратын $\mu_0 = \cos \psi_0$

Яғни,

$$P_{k-1}(\cos \psi_0) - P_{k+1}(\cos \psi_0) = 0. \quad (1.19)$$

Болу үшін, бесінші гармоникадан бастап, электрод өлшемін анықтайтын ψ_0 бұрышын таңдап алуға болады. Дене формасында k – ші гармониканың барлығынантуындайтын момент берілген ψ_0 кезінде нөлге тең болады. Егер $k = 5$ болса, 1.73 теңдеуіне сәйкес $\psi \approx 40^\circ$ ал $k = 6, k = 7$ сәйкесінше $\psi \approx 34^\circ, \psi \approx 27^\circ$.

Тұрақты ток негізіндегі реттеу жүйесіне тоқталық. Бұл жағдайда u_j электродтарының потенциалдары теңсіздігін қанағаттандырады.

$$0 \leq u_j \leq 2V_0.$$

Мұндағы V_0 – электродтардағы тірек кернеуі. Егер басқару жүйесінің динамикасын ескермесе, электродтар потенциалын басқару заңын келесідей жазуға болады:

$$u_{2j-1} = V_0 - V_j, \quad u_{2j} = V_0 + V_j, \quad |V_j| \leq V_0 \quad (1.20)$$

Мұндағы $V_j = \text{const}$ – қосымша кернеу. Қосымша кернеу тірек өсінде ротордың массалар центрінің орнын тұрақтандыру үшін басқару жүйесімен электродтарға беріледі.

$$V_j = -\frac{\pi h^2 F_j}{(\sqrt{2} \arctg \frac{1}{\sqrt{2}}) V},$$

$$F_j = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}h^2} \left(\arctg \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (u_{2j-1}^2 - u_{2j}^2).$$

[1] – ге сәйкес, электродтар потенциалын сызықтық заңдылықпен басқарған кезде (1.18) $u_{2j-1}^2 + u_{2j}^2 - 2u_b(u_{2j-1} + u_j)$ шамасын денеге әсер ететін тірек күштердің бас векторының ξ_2 өсіне проекциясы арқылы өрнектеуге болады.

$$u_{2j-1}^2 + u_{2j}^2 - 2u_b(u_{2j-1} + u_{2j}) = 2V(V - 2u_b) + \frac{8d^4 F_j^2}{(V + u_b)^2 (1 - \cos^2 \psi)^2}. \quad (1.21)$$

F тірек күштердің теңәсерлі күшінің ξ_1, ξ_2, ξ_3 өстеріне проекциясын

$$F_1 = F \sin \vartheta_1 \cos \varphi_1, \quad F_2 = F \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1, \quad F_3 = F \cos \vartheta_1$$

деп қарастырамыз. Мұндағы ϑ_1 және φ_1 поляры өсі - ξ_3 болып табылатын сфералық координаттар жүйесінің бұрыштары болып келеді, және массалық күштердің бас векторын сипаттайды.

Электродтар потенциалы кездейсоқ болып табылмайды: ЭСГ тұрақты жұмыс істеу режимінде тірек күштердің бас векторы (F) ротордың ауырлық күшінен (P) теңгеріледі:

(1.21), (1.23) және тірек күштер векторының проекциясын ескере отырып, (1.19) формуласын (1.16) – ға қоятын болсақ, электростатикалық өріс жағынан зарядталмаған роторға әсер ететін күштер моменттерінің модульдерінің квадратын аламыз.

$$M^2(\lambda, \zeta, \vartheta_1, \varphi_1) = (M^*)^2 \{ \sin^2 2\lambda [\sin^2 \zeta f_1^2(\vartheta_1, \varphi_1) + \cos^2 \zeta f_2^2(\vartheta_1, \varphi_1)] + \sin^4 \lambda \sin^2 2\zeta f_3^2(\vartheta_1, \varphi_1) \},$$

мұнда

$$f_1(\vartheta_1, \varphi_1) = \cos^2 \vartheta_1 - \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \vartheta_1, \quad f_3(\vartheta_1, \varphi_1) = \sin^2 \vartheta_1 \cos 2\varphi_1, \\ f_2(\vartheta_1, \varphi_1) = \cos^2 \vartheta_1 - \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \vartheta_1,$$

$$M^* = - \frac{M_o}{2\pi R^2} \left[\frac{d mg}{V(4 + 3\cos\psi)(1 - \cos^2\psi)} \right]^2.$$

Ұйытқытушы моменттің кинетикалық момент бағытынан тәуелділігін зерттеп көрелік. Көріп тұрғанымыздай $\lambda=0$ болған кезде, яғни кинетикалық момент векторы ξ_3 өсі бойынша бағытталған жағдайда, момент нөлге тең.

Ауырлық күші электродтар коллинеар болған кезде момент максимал мәнге ие болады, яғни 1.17-дегі $F_1 = mg$ болғанда.

1.3 – сандық мысал. Физикалық және геометриялық сипаттамасы 1.1 мысалда көрсетілген ЭСГ-ты қарастырайық. Электродтардағы тірек кернеу $V_0 = 450$ В, ал электродтар мен ротор арасындағы салыстырмалы саңылау $d = 6 * 10^{-3}$ болсын делік. Кинетикалық момент векторы $\xi_1 \xi_3$ жазықтығында жатсын, электродтардың геометриялық өлшемін анықтайтын бұрыш $\psi_0 = \arccos(5/6)$ делік. (1.11) – формулаға сәйкес, $M_{max} = 3.2 * 10^{-4}$ г см²/с² мәнін аламыз. Бұл мәнді $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ және кинетикалық момент векторы ξ_3 өсінен қатысты $\frac{\pi}{4}$ немесе $\frac{3\pi}{4}$ бұрышпен орналасқанда, яғни $\gamma_1, \gamma_3 = 0.5$ болғанда аламыз. $\frac{M_{max}}{L}$ формуласы бойынша ЭСГ – тың $\omega^* = 3.5 * 10^{-2}$ град/сағ. ықтимал ауытқуын табамыз. Қазіргі гироскоптар үшін $10^{-3} - 10^{-5}$ град/ сағ. айтарлықтай ауытқу болып табылады.

Ротордың екі еселі айналымын ескере отырып асферизациялаймыз. Ол үшін $\ddot{u}_r(\alpha, \beta)$ функциясын енгіземіз.

$$\ddot{u}_r(\alpha, \beta) = -\frac{\rho R^3 (2 + \mu)}{2G(7 + 5\mu)} q^* \left(\frac{L}{I_3}\right)^2 \cos^2 \alpha. \quad (1.22)$$

Мұндағы: q^* - белгісіз коэффициент. 1.22 – дан 1.10 – ны алып тастай отырып, ротор асферизациясын есепке алғандағы Эйлер – Пуассон қозғалысына жуық қозғалыстағы деформацияланған ротор бетінің теңдеуін аламыз.

$$r = R + \left\{ -\frac{\rho R^3 (2 + \mu)}{2G(7 + 5\mu)} L^2 \left[\begin{array}{l} \left(\left(b^2 - q^* \frac{L^2}{I_3^2} \right) - \frac{\alpha^2}{2} \right) \cos^2 \alpha \\ + ab \sin 2\alpha \cos(\beta - vt) + \frac{\alpha^2}{2} \sin^2 \alpha \cos(2vt - 2\beta) \end{array} \right] \right\}.$$

Бұдан ары жоғарыда қарастырылған ұқсас есептеулер жүргізе отырып, M_0 үшін келесі өрнекті аламыз.

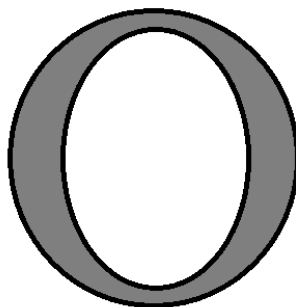
$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{\rho R^5 (2 + \mu) \pi L^2}{2G(7 + 5\mu) I_3^2} \left[(3 \cos^2 \vartheta - 1)(\cos^2 \vartheta - q^*) + \frac{I_3^2}{I_1^2} (\sin^2 \vartheta - 1) \sin^2 \vartheta \right. \\ &\left. + 6 \frac{I_3}{I_1} \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta \right] \cos \psi \sin^2 \psi. \end{aligned} \quad (1.23)$$

1.16 және 1.17 – ден M_0 нөлге тең болған кезде, электростатикалық күштің роторға әсер ететін ауытқушы моменті де нөлге айналатыны көрініп тұр. Яғни 1.23 – ті нөлге теңестіре отырып, момент нөлге тең болатын q^* мәнін тауып алуға болады.

$$q^* = \frac{I_3^2 \sin^2 \vartheta (3 \sin^2 \vartheta - 1)}{I_1^2 (3 \cos^2 \vartheta - 1)} + 6 \frac{I_3}{I_1} \frac{\sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta}{(3 \cos^2 \vartheta - 1)} * \cos^2 \vartheta. \quad (1.24)$$

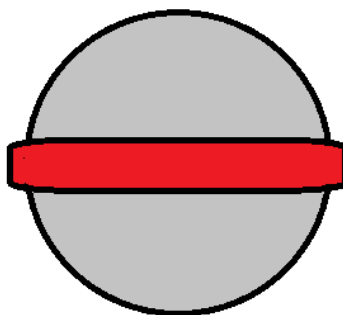
$\vartheta = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ болған кезде ауыспалы q^* коэффициентінің ерекшелігі бар екендігі (1.24) – ден көрініп тұр. Яғни ЭСГ – те инерциялық күштерден туындайтын ауытқушы моменттерді ротор асферизациясы көмегімен жойып жіберетін мүмкіндік болмайтын жұмыс режимі де орын алады.

Жұқа қабықтың иілу теориясының теңдеуінің дәлдігі екіден жоғары гармоникалардың амплитудалық мәнін алудың мүмкіндігін жоққа шығарады. Сондықтан ЭСГ роторының бет формасының төртінші гармоникасын есепке алғандағы асферизация есебі кеңістіктік серпімділік теориясы арқылы шешілді. Бұл жағдайда ротордың ішкі бетінің теңдеуі, роторды асферизациялау кезінде екінші және төртінші гармоникаларды алып тастауға мүмкіндік туатындай болып көрсетілді. ЭСГ роторының массасын азайту үшін, ол ауыспалы қалыңдықты қабыршық түрінде немесе экваторлық бөлігінде сақинасы бар біртекті қабыршық түрінде жасалады (бұл ротордың инерция моменттерінің теңсіздігі үшін жасалады. Нәтижесінде роторды айналдыру кезінде нутациялық тербеліс бәсеңдеп, гироскоптың жұмысқа дайындық уақыты қысқарады).



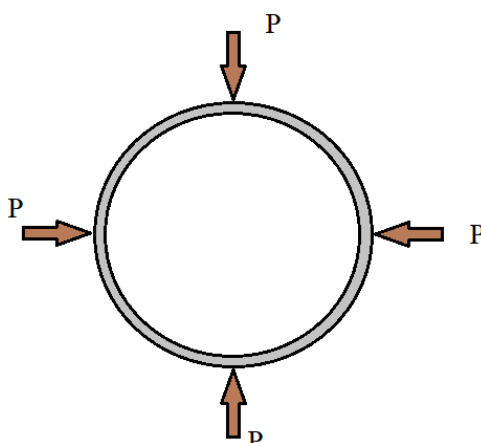
2а сурет – Ішінде эллипсоид қуысы бар ротор

Ротор ішінде эллипсоидалы қуыстың (2а сурет) немесе экватор бойында сақинаның бар (2ә сурет) болуы, симметрия өсі бойындағы қатандықтың минималды болатындығына алып келеді, яғни роторды қабыршықты жоғары қысымды камераға орналастырса, қабыршықтың сыртқы беті деформацияланады да, ротор эллипсоидалы формаға келеді.



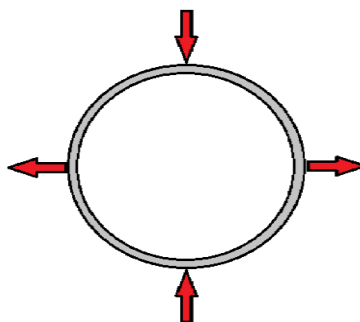
2ә сурет – Экватор төңірегінде сақинасы бар ротор

Ротор қабыршығының сыртқы бетін камера ішінде сфераға келгенше өңдеуге болады (3а сурет).



3а сурет – Жұқа қабыршақты роторға сыртқы қысымның әсері

Сыртқы қысымды азайтқан кезде серпімділік күштер қабыршық бетін қажетті эллипсоидқа айналдырады (3ә сурет). Аталған процедура ротор асферизациясы деп аталады.



3ә сурет – Қысым төмендеуінен туындаған асферизация

Алдымен экваторлық бөлігінде сақинасы бар біркелкі қалыңдықты сфера формасындағы ЭСГ роторы қарастырылады. Көріп тұрғанымыздай, асферизация ротор айналымы кезінде оның бетінің формасында орын алатын екінші гармоникадан құтылуға мүмкіндік береді. Бірақ, бұл кезде ротор бетін Лежандр полиномына жіктегенде мәні инерциялық күштерден пайда болатын гармоникалардың амплитудалық мәніне жуық жоғары ретті гармоникалар пайда болады. Оларды роторды өңдеу арқылы компенсациялау мүмкін емес. Яғни, экватор төңірегінде масса шоғырланған қабыршықты сфера түрінде жасалған ротор асферизацияны тиімді өткізуге жол бермейді.

Бұдан әрі сыртқы беті R – радиусты сфера, ал ішкі жағы ротор экваторының жазықтығына қатысты симметриялы айналу беті болып табылатын ауыспалы қалыңдықты ЭСГ роторының асферизациясы қарастырылады.

Нәтижелер.

Аз параметрлер тәсілінің көмегімен өзара компенсацияланбайтын біртекті таралған қысым күшінен центірден тепкіш күштерден пайда болатын жоғары гармоникаларды есепке алғандағы ротор нормасы болып табылады. Есептеулердің нәтижесі асферизацияны жүзеге асырғанды төртінші гармоникадағы майысудың амплитудалық мәні асферизацияға дейінгі екінші гармоникадағы мәннен 10 – ақ есе аз екенін көрсетеді.

ЭСГ – тың кенеттен тоқтау кезінде ротор беті зақым алмайтындай болып жасалуы керек. Ол үшін мЭСГ роторын фрициялық зақымға төзімді жұқа пленкамен жабады. Ротордың беткі қабаты микроэртекті композитті орта болып табылады. Оның математикалық моделі өзара идеал адгезиямен байланысқан кездейсоқ араластырылған изотроптықұрауыштардан тұратын орта ретінде қарастырылады.

Қорытынды.

1. Бетін біркелкі таралған қысыммен өндеген кездегі ротор асферизациясының толық теориялық негіздемесі жасалды. Төртінші гармониканы есепке алғанда ЭСГ роторының асферизациясы туралы есеп кеңістік теориясының көмегімен шешілді. Нәтижесінде екінші, сонымен қатар төртінші гармоникадан құтылу мүмкіндігі туды.

Бұл тәсілдің кемшіл тұсы ротор айналымына әсер ететін кейбір факторлар ескерілмей қалады. Ол факторларға жататындар:

- 1) Ротор материалының параметрлерінің диапазоны.
- 2) Роторды жасау кезіндегі рұқсат етілген ауытқу өрісі.
- 3) Ротор бетінің формасының жоғары ретті гармоникасының ЭСГ дәлдігіне әсері.

Бұл факторлар ЭСГ – тың потенциалды дәлдігін төмендетеді. Яғни бет формасының сфераға сәйкес келмеуі бетке нормаль бағытталған пондеромоторлы күштердің моментінің пайда болуына, нәтижесінде гироскоптың ауытқуына алып келеді.

Ұсыныстың мақсаты – ЭСГ интегралды сфераға айналатын айналу жиілігін анықтау. Бұл жағдайда пондеромоторлы күштер азайып, дәлдік артар еді. Қажетті

қосынды анықтау формуласы мен, аталған технологиялық тәсіл жұмыс істейтін жағдайлар көрсетілген.

2. ЭСГ кенеттен тоқтаған кезде ротор бетін зақымнан қорғау мүмкіндігі көрсетілген. Ол үшін ЭСГ роторын фрикциялық зақымдануға төтеп бере алатын жұқа пленкамен қаптайды. Ротордың беткі қабаты микроэртекті композитті орта болып табылады. Оның математикалық моделі өзара идеал адгезиямен изотропты құрауыштардан тұратын орта ретінде қарастырылады.

Түімділігі және қолдану аясы: алынған нәтижелер құрлықта, әуеде, теңізде пайдалану үшін кемелерде навигациялық құрылғыларды жасауда, сондай-ақ мұнай және газ кен орындарын терең барлау кезінде жоғарыда аталған гироскопты қолдану арқылы навигациялық және бағдарлау жүйелеріндегі жоғары дәлдікпен анықтайды. Гироскоптың ең маңызды қызметінің бірі – оның көмегімен қозғалыстағы нысан үстіндегі денелердің ырғалуын тыныштандыру. Гироскоптық тыныштандырғыш құрылғылар автоұшқыштар мен авторульдерде пайдаланылады. Күрделі гироскоптар кеме сияқты үлкен нысандардың ырғалуын тыныштандыру үшін қолданылады.

ӘДЕБИЕТТЕР

[1] Гайнутдинов, О. Гироскопические системы демпфирования: Управление аэроупругими колебаниями авиационных конструкций / О. Гайнутдинов.- Германия: Palmarium Academic Publishing, 2013.- 79 с.

[2] Механика шарового гироскопа на электростатическом и шарикоподшипниковом подвесах: Монография / С.Ж. Карипбаев, К.З. Сартаев; под ред. А.И. Кобринина.- Екибастуз: ЕИТИ им К.И. Сатпаева, 2017.- 248 с.

[3] Отчет о научно-исследовательской работе /Разработка бескардановых гироскопов с шаровым ротором на электростатическом и шарикоподшипниковом подвесах: Карипбаев С.Ж.; Сартаев К.З.- Алматы: Академия гражданской авиации, 2014.- 104с.

[4] Пилотажно – навигационные системы и комплексы лекция/ сост.: Бекенова Ф.- Алматы: Академия гражданской авиации, 2014.

[5] Кузьмина, Р.П. Гироскоп в кардановом подвесе/ Р.П. Кузьмина.- М.: Университетская книга, 2012.

[6] Карипбаев, С.Ж. Разработка бескардановых гироскопов с шаровым ротором на электростатическом и шарикоподшипниковом подвесах: Учебник / С.Ж. Карипбаев, К.З. Сартаев.- Алматы - Екибастуз: АГА, ЕИТИ им. К.И. Сатпаева, 2017.

REFERENCES*

[1] Gajnutdinov, O. Giroskopicheskie sistemy dempfirovaniya: Upravlenie ajerouprugimi kolebanijami aviacionnyh konstrukcij / O. Gajnutdinov.- Germanija: Palmarium Academic Publishing, 2013.- 79 s.

[2] Mehanika sharovogo giroskopa na jelektrostaticheskom i sharikopodshipnikovom podvesah: Monografija / S.Zh. Karipbaev, K.Z. Sartaeв; pod red. A.I. Kobrina.- Ekibastuz: EITI im K.I. Satpaeva, 2017.- 248 s.

[3] Otchet o nauchno-issledovatel'skoj rabote /Razrabotka beskardanovyh giroskopov s sharovym rotorom na jelektrostaticheskom i sharikopodshipnikovom podvesah: Karipbaev S.Zh.; Sartaeв K.Z.- Almaty: Akademija grazhdanskoj aviacii, 2014.- 104s.

[4] Pilotazhno – navigacionnye sistemy i komplekсы lekcija/ sost.: Bekenova F.- Almaty: Akademija grazhdanskoj aviacii, 2014.

[5] Kuz'mina, R.P. Girooskop v kardanovom podvese/ R.P. Kuz'mina.- M.: Universitetskaja kniga, 2012.

[6] Karipbaev, S.Zh. Razrabotka beskardanovyh girooskopov s sharovym rotorom na jelektrostaticheskom i sharikopodshipnikovom podvesah: Uchebnik / S.Zh. Karipbaev, K.Z. Sartayev.- Almaty - Ekibastuz: AGA, EITI im. K.I. Satpaeva, 2017.

Saliakyn Karipbayev, PhD, candidate of technical sciences, associate professor, Academy of Civil Aviation, Almaty, Kazakhstan, s.karipbaev@agakaz.kz

Ozgeriskhan Toilybay, master's degree, senior lecturer, Academy of Civil Aviation, Almaty, Kazakhstan, o.toilybai@agakaz.kz

Aidos Moldabekov, candidate of chemical sciences, associate professor, Academy of Civil Aviation, Almaty, Kazakhstan, a.moldabekov@agakaz.kz

Gulzhan Seyfula, master's degree, Academy of Civil Aviation, Almaty, Kazakhstan, g.seifulla@agakaz.kz

Ainara Rysbekova, master's degree, Academy of Civil Aviation, Almaty, Kazakhstan, a.rysbekova@agakaz.kz

ELECTROSTATIC GYROSCOPE ROTOR ASPHERIZATION

Abstract. A complete theoretical argumentation of the aspherization process of the rotor of an electrostatic gyroscope (ESG) has been worked out with incomplete processing of its surface under uniform pressure.

First, the ESG rotor is studied, which has the shape of a spherical shell of constant thickness with an annular thickening in the equatorial region. It is shown that the aspherization process makes it possible to overcome the second harmonic, which would take place in the shape of its surface when the rotor rotates. However, in the decomposition of the rotor surface by Legendre polynomials, he shows high-order harmonics, the amplitude values of which are commensurate with the amplitude values of harmonics arising in the presence of inertial forces. Processing of the rotor under the influence of external pressure does not compensate for them, i.e. The manufacture of a rotor in the form of a thin spherical shell with a heterogeneity localized in its equatorial zone does not allow it to effectively contribute to its aspherization.

Next, we consider the problem of aspherization of the gyroscope rotor, which is a thin shell of variable thickness, whose outer surface has a sphere of radius R , and the inner surface has a surface of rotation symmetrical with respect to the equatorial plane of the rotor.

Using the small parameter method, the shapes of the rotor are found during its aspherization, taking into account the higher harmonics, which are both under the action of centrifugal forces and under the action of uniformly distributed external pressure, which are not mutually compensated. The numerical calculations performed show that the amplitude value of the deflection at the fourth harmonic after aspherization can be only 10 times less than at the second harmonic before aspherization.

Next, the problem of aspherization of the ESG rotor is examined, which is a thin shell of variable thickness, whose outer surface has a sphere of radius R , and the inner surface has a surface of rotation symmetrical with respect to the equatorial plane of the rotor.

The accuracy of the equations of the theory of bending of thin shells does not provide reliable results for amplitude values of harmonics above the second, which occur when performing aspherization. Therefore, the problem of aspherization of the ESG rotor, taking into account the fourth harmonic in the shape of the rotor surface, was solved using methods of spatial elasticity theory. In this case, the equations of the inner surface of the rotor were presented in such a way that during its aspherization it became possible to get rid of not only the second, but also the fourth harmonics.

Keywords. Electrostatic gyroscope, rotor, angular velocity, rotor aspherization process, angular momentum, force function, “reference” voltage on electrodes, integration over electrode surfaces.

Салиакын Карипбаев, PhD, к.т.н., ассоциированный профессор, Академия гражданской авиации, Алматы, Казахстан, s.karipbaev@agakaz.kz

Озгерисхан Тойлбай, магистр, старший преподаватель, Академия гражданской авиации, Алматы, Казахстан, o.toilybai@agakaz.kz

Айдос Молдабеков, кандидат химических наук, доцент, Академия гражданской авиации, г. Алматы, Казахстан, a.moldabekov@agakaz.kz

Гулжан Сейфула, магистр, Академия гражданской авиации, Алматы, Казахстан, g.seifulla@agakaz.kz

Айнара Рысбекова, магистр, Академия гражданской авиации, Алматы, Казахстан, a.rysbekova@agakaz.kz

АСФЕРИЗАЦИЯ РОТОРА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА

Аннотация. Разработана полная теоретическая аргументация уменьшения процесса сферизации ротора электростатического гироскопа, имеющего неполную обработку лицевой части.

Установлено, что процесс уменьшения сферизации обладает возможностью преодолеть вторую гармонику. Разложение уравнения лицевой части по указанной в тексте формуле позволяет достичь гармонику более высокого порядка четвертую. Такая условия появляется под действием сил инерции.

Рассмотрена задача уменьшения сферизации ротора, у которого внутренняя поверхность имеет поверхность вращения симметрическую относительно экваториальной плоскости ротора.

Используя метод малых параметров, для решения поставленной задачи, установлено что, отклонение амплитудных показателей под влиянием действующих сил и внешнего давления на четвертой гармонике уменьшается на порядок. Применение методов теории пространственной упругости позволило решить задачу уменьшения сферизации ротора. Решение поставленной задачи о внутренней поверхности ротора позволяет избавиться как от второй, так и от четвертой гармоник.

Точность уравнения, описывающего изгиб тонкостенных оболочек, не может обеспечить достоверные результаты для амплитудных значений гармоник выше второй, которые возникают при уменьшении сферизации. Потому задача уменьшения сферизации беря во внимание четвертой гармоники в конфигурации плоскости ротора была найдено решение с использованием методов теории пространственной упругости. Уравнения для внутренней поверхности сферического ротора были представлены так, что при осуществлениях процесса его асферизации стало возможным убрать как второй , так и четвертый гармоники.

Ключевые слова. Гироскоп электростатический, ротор, векторная скорость, устранение сферообразности лицевой поверхности ротора, момент под воздействием кинетических сил, функция приложенных сил, разность потенциалов между электродами, суммирование по лицевым частям электродов.
