

Е.С. Нұрғизат^{1,2}, А.Е. Аязбай^{1,2}, Н.Т. Исимов¹, А. Узбекбаев^{1,3}

¹Центр инновационных разработок «Тумар», Астана, Казахстан

²Алматинский университет энергетики и связи имени Г. Дукеева, Алматы, Казахстан

³Satbayev University, Алматы, Казахстан

E-mail: a.uzbekbayev@su.edu.kz

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЛЕМЕТРИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ СО СТРУКТУРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Аннотация. Данная статья рассматривает проблему трёхмерной оценки траектории и фильтрации телеметрии со структурной неоднородностью в контексте определения цели боевого снаряда. В работе представлены математическая модель и метод фильтра Калмана, позволяющие эффективно учитывать шум и неопределённость в измерениях и динамике системы. Модель включает уравнения предсказания и обновления состояния, а также матрицы перехода, управления, наблюдений и ковариации шумов. Математическая модель на Matlab реализует данную модель и визуализирует результаты оценки состояния и трекинга траектории. Анализ модели исследует применение фильтра Калмана для обработки телеметрии со структурной неоднородностью и подчёркивает его важность в достижении более точной оценки траектории и определения цели боевого снаряда. В целом, данная статья обобщает проблему трёхмерной оценки траектории и фильтрации телеметрии со структурной неоднородностью, представляет математическую модель и метод фильтра Калмана, а также подчёркивает их применимость и эффективность в определении цели боевого снаряда. Это исследование имеет важное значение для разработки и улучшения систем трекинга и наведения, которые играют ключевую роль в успешном выполнении боевых задач.

Ключевые слова. Телеметрия, фильтр Калмана, математическая модель, фильтрация, боевой снаряд.

Введение.

В области научных исследований и технического развития нередко возникают задачи, связанные с оценкой и анализом структурной неоднородности материалов и объектов. Структурная неоднородность означает наличие различных свойств, структур или состояний внутри одного объекта или материала. Измерение и мониторинг таких неоднородностей играют важную роль в различных областях, таких как материаловедение, медицина, геология и инженерия. Следствием этого является увеличение объема телеметрической информации, которая необходима для принятия решений в области управления и контроля технического состояния военных снарядов [1-4].

Телеметрирование, или сбор и передача данных в режиме реального времени, является одним из методов, применяемых для измерения и анализа параметров со структурной неоднородностью. Этот метод позволяет собирать данные о состоянии объекта или материала в разных точках или областях и передавать их на удаленный компьютер или систему для дальнейшего анализа [5, 6].

Для определения цели боевого снаряда применяются методы, связанные с обработкой телеметрических данных и сенсорной информации. Один из таких методов - трехмерная оценка траектории и фильтрация [7, 8].

Трёхмерная оценка траектории: для определения цели боевого снаряда важно точно определить его траекторию в трехмерном пространстве. Это может включать в себя оценку координат (x , y , z) снаряда во времени с использованием различных датчиков и измерительных систем. Для этого могут применяться методы, такие как фильтры Калмана, расширенные фильтры Калмана или фильтры оптимальной Колмановской структуры. Для более полного понимания этого процесса, давайте рассмотрим дополнительную информацию о методах и технологиях, используемых в трехмерной оценке траектории (рисунок 1)



Рисунок 1 – Этапы определения трехмерной оценки траектории

1 Датчики и измерительные системы: для достижения высокой точности в оценке траектории боевых снарядов используются разнообразные сенсорные и измерительные системы. В данном контексте применяются инерциальные навигационные системы (ИНС), глобальные системы позиционирования (GPS-приемники), альтиметры, барометры, акселерометры и гироскопы. Комбинирование данных с этих различных датчиков способствует значительному улучшению точности оценки траектории.

2 Фильтры Калмана и их модификации: для совершенствования оценок и фильтрации данных из различных источников широко используются фильтры Калмана и их модификации. Фильтры Калмана способны эффективно учитывать неопределенность и шум в измерениях, обеспечивая актуализацию оценок траектории в режиме реального времени. Помимо классических фильтров Калмана, расширенные фильтры Калмана и фильтры оптимальной Колмановской структуры применяются для учета нелинейных эффектов и увеличения точности оценок.

3 Коррекция траектории: при проведении трехмерной оценки траектории неизбежно возникают ошибки из-за различных факторов, таких как атмосферные условия, изменения окружающей среды и потеря качества датчиков. Поэтому важно внедрение систем обратной связи для коррекции траектории и поддержания высокой точности навигации.

4 *Обработка данных в реальном времени:* обработка данных в режиме реального времени играет значимую роль в процессе трехмерной оценки траектории, что позволяет оперативно реагировать на изменения в окружающей среде и, при необходимости, внесение соответствующих коррекций в движение боевого снаряда.

5 *Интеграция с командной и управляющей системой:* важной составляющей данного процесса является также интеграция полученных результатов с командной и управляющей системой, что обеспечивает возможность эффективного управления движением боевого снаряда в соответствии с заданными целями и требованиями.

Эта технология играет важную роль в обеспечении эффективности и точности военных операций и обеспечивает достижение цели боевого снаряда.

Материалы и методы.

Для трехмерной оценки траектории и фильтрации телеметрии со структурной неоднородностью можно использовать расширенный фильтр Калмана или другие подходы, учитывающие возможность неоднородности данных. Одним из таких подходов является метод сглаживания переменных состояния (Variable State Smoothing, VSS) [9, 10].

Математическая модель VSS для трехмерной оценки траектории и фильтрации телеметрии со структурной неоднородностью может быть выражена следующим уравнением:

1. *Модель состояния:*

$$x(k) = F(k) * x(k-1) + B(k) * u(k-1) + w(k-1), \quad (1)$$

где, $x(k)$ - вектор состояния системы в момент времени k (включая координаты и скорости);

$F(k)$ - матрица перехода состояния в момент времени k (может быть неоднородной, учитывающей структурную неоднородность данных);

$B(k)$ - матрица управления в момент времени k (может быть неоднородной, учитывающей структурную неоднородность данных);

$u(k-1)$ - вектор управления в момент времени $k-1$;

$w(k-1)$ - случайный шум модели (ошибки моделирования).

2. *Модель наблюдения:*

$$z(k) = H(k) * x(k) + v(k), \quad (2)$$

где, $z(k)$ - вектор наблюдений в момент времени k (например, измеренные координаты снаряда);

$H(k)$ - матрица наблюдений в момент времени k (может быть неоднородной, учитывающей структурную неоднородность данных);

$v(k)$ - случайный шум измерений (ошибки измерений).

3. *Обновление оценки состояния:*

$$\begin{aligned} K(k) &= P(k-1) * H(k)' * (H(k) * P(k-1) * H(k)' + R(k))^{-1} \\ x(k) &= x(k) + K(k) * (z(k) - H(k) * x(k)) \\ P(k) &= (I - K(k) * H(k)) * P(k-1), \end{aligned} \quad (3)$$

где, $K(k)$ - матрица усиления Калмана в момент времени k ;

$P(k)$ - матрица оценки ошибки состояния в момент времени k ;

$R(k)$ - матрица ковариации шума измерений в момент времени k ;

I - единичная матрица.

4. Обновление оценки ошибки состояния:

$$P(k) = F(k) * P(k - 1) * F(k)' + Q(k), \quad (4)$$

где, $Q(k)$ - матрица ковариации шума модели в момент времени k ;

Обновление оценки ошибки состояния учитывает структурную неоднородность данных, уточняя их вариации и ковариации в зависимости от конкретного момента времени.

5. Сглаживание переменных состояния:

$$\begin{aligned} x_{\text{hat}}(k) &= x(k) + J(k) * (x_{\text{hat}}(k + 1) - F(k) * x(k)) \\ P_{\text{hat}}(k) &= P(k) + J(k) * (P_{\text{hat}}(k+1) - F(k) * P(k) * F(k)') * J(k)', \end{aligned} \quad (5)$$

где, $x_{\text{hat}}(k)$ - сглаженная оценка состояния в момент времени k ;

$P_{\text{hat}}(k)$ - сглаженная оценка ошибки состояния в момент времени k ;

$J(k)$ - матрица сглаживания, вычисляемая рекурсивно.

Сглаживание переменных состояния позволяет улучшить оценку состояния системы, учитывая последующие наблюдения и уточнения состояния.

6. Обновление матрицы ковариации ошибки состояния:

$$P(k) = (I - K(k) * H(k)) * P(k - 1). \quad (6)$$

Обновление матрицы ковариации ошибки состояния учитывает наблюдения и позволяет корректировать оценку ошибки состояния системы.

7. Обновление матрицы ковариации шума измерений:

$$R(k) = H(k) * P(k) * H(k)' + V(k), \quad (7)$$

где, $V(k)$ - матрица ковариации шума измерений в момент времени k .

Обновление матрицы ковариации шума измерений учитывает ошибки измерений и позволяет уточнить оценку шума в зависимости от текущего состояния системы.

8. Обновление матрицы ковариации шума модели:

$$Q(k) = F(k) * P(k - 1) * F(k)' - P(k). \quad (8)$$

Обновление матрицы ковариации шума модели учитывает изменения состояния системы и позволяет уточнить оценку шума модели на основе текущего состояния и оценки ошибки состояния.

9. Обновление матрицы сглаживания:

$$J(k) = P(k) * F(k)' * (F(k) * P(k) * F(k)' + Q(k + 1))^{-1}. \quad (9)$$

Обновление матрицы сглаживания позволяет уточнить сглаженную оценку состояния, учитывая последующие временные точки и оценки состояния.

Данная математическая модель учитывает структурную неоднородность данных телеметрии и позволяет более точно оценить трехмерную траекторию снаряда, фильтруя шумы, корректируя ошибки состояния и учитывая вариации в данных в зависимости от времени. Также учитывается неоднородность шума модели, что позволяет более точно моделировать систему. Все эти шаги вместе обеспечивают лучшую оценку траектории снаряда и помогают определить цель боевого снаряда с большей точностью.

Результаты и обсуждения.

Данная модель реализует трехмерную оценку траектории и фильтрацию телеметрии с помощью фильтра Калмана. Ниже представлен анализ ключевых аспектов модели:

Инициализация параметров модели: в начале задаются параметры модели, такие как шаг времени dt , матрицы перехода состояния F , управления B , наблюдений H , и матрицы ковариации шума модели Q и шума измерений R . Эти параметры определяют динамику системы и учитывают структурную неоднородность в траектории.

Инициализация начального состояния: задается начальное состояние системы x_{true} (x, y, z, vx, vy, vz), которое представляет истинные значения положения и скорости в пространстве. Также инициализируются оценка состояния x_{est} и матрица оценки ошибки состояния P .

Генерация телеметрии: создаются временные отсчеты t и генерируется истинная телеметрия z_{true} на основе истинного состояния с учетом шума. Затем генерируется измеренная телеметрия z_{meas} , которая представляет собой истинную телеметрию с добавленным шумом.

Цикл фильтрации: в цикле происходит фильтрация телеметрии для оценки состояния системы. На каждой итерации выполняются следующие шаги:

Предсказание состояния: используя матрицу перехода состояния F и предыдущую оценку состояния, предсказывается следующее состояние системы.

Предсказание оценки ошибки состояния: используя предсказанное состояние P_{pred} и матрицу перехода состояния, предсказывается оценка ошибки состояния.

Обновление состояния на основе измерений: используя измеренную телеметрию P , вычисляем матрицу усиления Калмана K , которая определяет вклад измерений в оценку состояния. Затем состояние обновляется с учетом измерений и матрицы усиления Калмана.

Сглаживание переменных состояния (обратный проход): в этом шаге происходит сглаживание оценки состояния и оценки ошибки состояния с использованием матрицы сглаживания J .

На графике 1 представлены истинные значения состояния (синяя линия), оценки состояния, полученные с помощью фильтра Калмана (красная пунктирная линия) и измерения (черные кресты).

В первой под графиком показана проекция по оси X, во второй - проекция по оси Y, а в третьей - проекция по оси Z.

Для каждой проекции видно, что оценки состояния (красная пунктирная линия) следуют истинным значениям (синяя линия) и сглаживают шумные измерения (черные кресты).

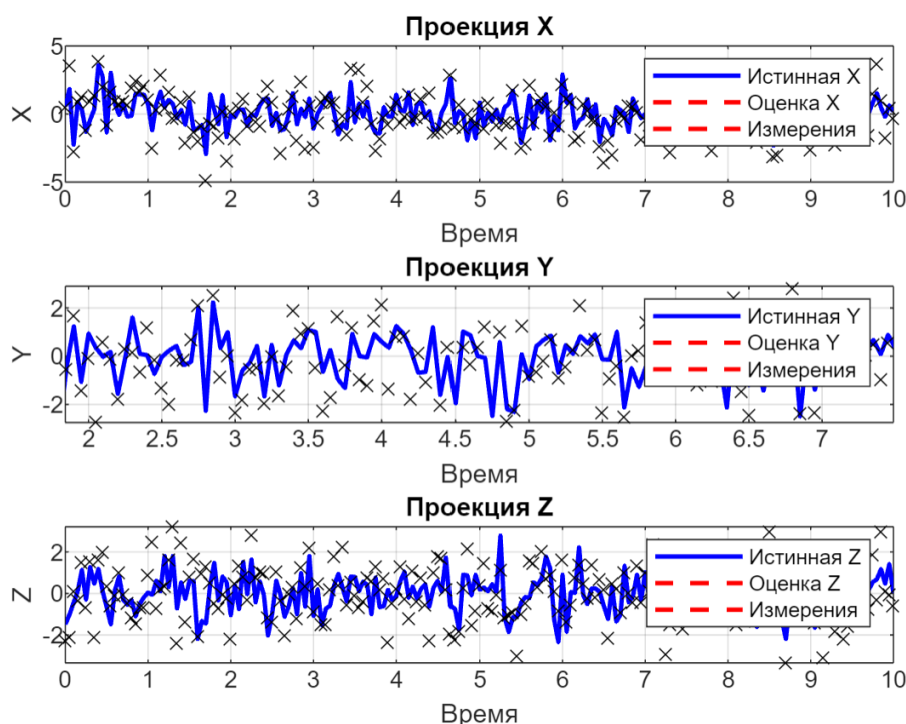


График 1 – Визуализация математической модели

Анализ данной модели позволяет оценить применение фильтра Калмана для трехмерной оценки траектории и фильтрации телеметрии со структурной неоднородностью. Фильтр Калмана позволяет учесть шум и неопределенность в измерениях и динамике системы, что приводит к более точной оценке состояния и трекингу траектории боевого снаряда.

Заклучение.

Телеметрия боевого снаряда может содержать структурную неоднородность, которая может быть вызвана различными факторами, такими как аэродинамические эффекты, ветер, атмосферные условия и другие внешние воздействия. При анализе и обработке такой телеметрии необходимо применять методы, учитывающие эту неоднородность для получения более точной оценки состояния и траектории снаряда.

Математическая модель для трехмерной оценки траектории и фильтрации телеметрии: для решения данной задачи обычно используют фильтр Калмана, который является эффективным методом оценки состояния системы в присутствии шума и неопределенности. Математическая модель, включает уравнения предсказания и обновления состояния, а также матрицы перехода, управления, наблюдений и ковариации шумов. После фильтрации и сглаживания телеметрии в трехмерном пространстве результаты оценки состояния и трекинга траектории визуализируются. Это позволяет наглядно оценить эффективность и точность примененного фильтра Калмана в учете структурной неоднородности и обеспечении более точной оценки траектории снаряда.

В целом, применение математической модели и метода фильтра Калмана для трехмерной оценки траектории и фильтрации телеметрии со структурной неоднородностью позволяет получить более точные и достоверные результаты. Это имеет большое значение в контексте определения цели боевого снаряда, где точность и надежность оценки траектории играют важную роль для достижения поставленных целей.

Финансирование. Результаты исследований проведены при поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан в рамках гранта «AP148051/0222 Разработка телеметрической системы для высокоскоростных летательных аппаратов боевого назначения».

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Полушкин В. А. Устройство для контроля и управления вооружением военной гусеничной машины. – 2017.
- [2] Кореньков К. В., Грушин М. А. Ствольная огнестрельная система с бесконтактной передачей данных.
- [3] Бабичев В. И., Прядеин В. А., Карпович А. В. Тактика применения артиллерийских высокоточных снарядов с лазерным самонаведением калибра 152-мм в боевых условиях //Актуальные проблемы защиты и безопасности. – 2019. – С. 114–127.
- [4] Малый А. Н., Лях С. С. Развитие и особенности применения беспилотной авиации военного назначения //Военная мысль. – 2020. – №. 8. – С. 37–46.
- [5] Шарлов М. В., Агафонов Ю. А., Стефаненко С. М. Современные телеметрические электроразведочные станции SGS-ТЕМ и FastSnap. Эффективность и опыт использования //Приборы и системы разведочной геофизики. – 2010. – Т. 31. – №. 1. – С. 20–24.
- [6] Винограденко А. М. Метод синтеза интеллектуальных систем контроля технического состояния территориально-распределенных комплексов связи специального назначения //Научно-технические проблемы в космических исследованиях Земли. – 2020. – Т. 12. – №. 4. – С. 24–35.
- [7] Шмидт Д. Ж. Т. Эксплуатация навигационных систем на основе gps в сложных условиях окружающей среды //Гироскопия и навигация. – 2019. – Т. 27. – №. 1. – С. 104.
- [8] Пешехонов В. Г. Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем //Гироскопия и навигация. – 2022. – Т. 30. – №. 1. – С. 116.
- [9] Hera C. M., Daher E. B. Variable-time smoothing for steady state noise estimation: пат. 11264015 США. – 2022.
- [10] Gao R. et al. Recursive smoother type variable splitting methods for state estimation. – 2020.

REFERENCES*

- [1] Polushkin V. A. Ustrojstvo dlja kontrolja i upravlenija vooruzheniem voennoj gusenichnoj mashiny. – 2017.
- [2] Koren'kov K. V., Grushin M. A. Stvol'naja ognestrel'naja sistema s beskontaktnoj peredachej dannyh.
- [3] Babichev V. I., Prjadein V. A., Karpovich A. V. Taktika primenenija artillerijskih vysokotochnyh snarjadov s lazernym samonavedeniem kalibra 152-mm v boevyh uslovijah //Aktual'nye problemy zashhity i bezopasnosti. – 2019. – S. 114–127.
- [4] Malyj A. N., Ljah S. S. Razvitie i osobennosti primenenija bespilotnoj aviacii voennogo naznachenija //Voennaja mysl'. – 2020. – №. 8. – S. 37–46.
- [5] Sharlov M. V., Agafonov Ju. A., Stefanenko S. M. Sovremennye telemetricheskie jelektrozvedochnye stancii SGS-TEM i FastSnap. Jeffektivnost' i opyt ispol'zovanija //Pribory i sistemy razvedochnoj geofiziki. – 2010. – T. 31. – №. 1. – S. 20–24.
- [6] Vinogradenko A. M. Metod sinteza intellektual'nyh sistem kontrolja tehničeskogo sostojanija territorial'no-raspredeleennyh kompleksov svjazi special'nogo naznachenija

//Naukoemkie tehnologii v kosmicheskikh issledovaniyah Zemli. – 2020. – Т. 12. – №. 4. – S. 24–35.

[7] Shmidt D. Zh. T. Jekspluatacija navigacionnyh sistem na osnove grs v slozhnyh uslovijah okruzhajushhej sredy //Giroskopija i navigacija. – 2019. – Т. 27. – №. 1. – S. 104.

[8] Peshehonov V. G. Vysokotochnaja navigacija bez ispol'zovanija informacii global'nyh navigacionnyh sputnikovyh sistem //Giroskopija i navigacija. – 2022. – Т. 30. – №. 1. – S. 116.

[9] Hera C. M., Daher E. B. Variable-time smoothing for steady state noise estimation: pat. 11264015 SShA. – 2022.

[10] Gao R. et al. Recursive smoother type variable splitting methods for state estimation. – 2020.

Еркебұлан Нұрғизат, магистр, аға оқытушы, «Тұмар» инновациялық әзірлемелер орталығы, Астана, Ғ. Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы, Қазақстан, nur_erkebulan_94@mail.ru

Абу-Алим Аязбай, магистр, аға оқытушы, «Тұмар» инновациялық әзірлемелер орталығы, Астана, Ғ. Дәукеев атындағы Алматы энергетика және байланыс университеті, Алматы, Қазақстан, work_abu@hotmail.com

Нурдаулет Исимов, PhD, «Тұмар» инновациялық әзірлемелер орталығы, Астана, Қазақстан, n.issimov@turan-edu.kz

Арман Узбекбаев, магистр, «Тұмар» инновациялық әзірлемелер орталығы, Астана, Satbayev University, Алматы, Қазақстан, a.uzbekbayev@su.edu.kz

ҚҰРЫЛЫМДЫҚ БІРТЕКСІЗДІГІ БАР ТЕЛЕМЕТРИЯЛЫҚ ПАРАМЕТРЛЕРДІҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛІ

Аңдатпа. Бұл мақалада жауынгерлік снарядтың мақсатын анықтау контекстінде құрылымдық бір тексіздігі бар траекторияны үш өлшемді бағалау және телеметрияны сүзу мәселесі қарастырылады. Жұмыста жүйенің өлшемдері мен динамикасындағы шу мен белгісіздікті тиімді есепке алу үшін Калман сүзгісінің математикалық моделі мен әдісі ұсынылған. Модель болжау және күй жаңартуларының теңдеулерін, сондай-ақ шудың ауысу, басқару, бақылау және ковариация матрицаларын қамтиды. Matlab бағдарламасындағы математикалық модель осы модельді жүзеге асырады және траекторияның күйін бағалау және бақылау нәтижелерін визуалды кескіндейді. Модельді талдау барысында телеметрияны құрылымдық біртексіздікпен өңдеу үшін Калман сүзгісін қолдануды зерттейді және оның траекторияны дәл бағалауға және жауынгерлік снарядтың мақсатын анықтауға қол жеткізудегі маңыздылығын көрсетеді. Тұтастай алғанда, бұл мақала телеметрияның траекториясын үш өлшемді бағалау және құрылымдық біртексіздікпен сүзу мәселесін қорытындылайды, Калман сүзгісінің математикалық моделі мен әдісін ұсынады, сонымен қатар олардың жауынгерлік снарядтың мақсатын анықтауда қолданылуы мен тиімділігін көрсетеді. Бұл зерттеу жауынгерлік тапсырмаларды сәтті орындауда шешуші рөл атқаратын бақылау, бағыттау жүйелерін әзірлеу және жақсарту үшін маңызды.

Түйінді сөздер. Телеметрия, Калман сүзгісі, математикалық модель, сүзу, жауынгерлік снаряд.

Nurgizat Yerkebulan, master, senior lecturer, Center for innovative development «Tumar», Astana, Almaty University of energy and Communications named after G. Daukeev, Almaty, Kazakhstan, nur_erkebulan_94@mail.ru

Abu-Alim Ayazbay, doctoral student, Center for innovative development «Tumar», Astana, Almaty University of energy and Communications named after G. Daukeev, Almaty, Kazakhstan, work_abu@hotmail.com

Nurdaulet Isimov, PhD, Center for innovative development «Tumar», Astana, Kazakhstan, n.issimov@turan-edu.kz

Arman Uzbekbayev, master's degree, Center for innovative development «Tumar», Astana, Satbayev University, Almaty, Kazakhstan, a.uzbekbayev@su.edu.kz

MATHEMATICAL MODEL OF TELEMETRY PARAMETERS WITH STRUCTURAL HETEROGENEITY

Abstract. This paper considers the problem of three-dimensional trajectory estimation and telemetry filtering with structural heterogeneity in the context of determining the target of a projectile. The paper presents a mathematical model and the Kalman filter method, which allow for effective consideration of noise and uncertainty in the measurements and dynamics of the system. The model includes state prediction and update equations, as well as transition, control, observation, and noise covariance matrices. A mathematical model on Matlab implements this model and visualizes the results of assessing the state and tracking the trajectory. The analysis of the model explores the use of the Kalman filter for processing telemetry with structural heterogeneity and emphasizes its importance in achieving a more accurate assessment of the trajectory and determination of the target of the projectile. In general, this article summarizes the problem of three-dimensional trajectory estimation and telemetry filtering with structural heterogeneity, presents a mathematical model and the Kalman filter method, and also emphasizes their applicability and effectiveness in determining the target of a projectile. This research is important for the development and improvement of tracking and guidance systems, which play a key role in the successful performance of combat missions.

Keywords. Telemetry, Kalman filter, mathematical model, filtering, combat projectile.
