

УДК 51 (075)

DOI 10.52167/1609-1817-2023-125-2-324-333

Ж.Т. Джулаева<sup>1,4</sup>, В. Вуйцик<sup>2</sup>, Г.Б. Кашаганова<sup>3</sup>, К.О. Тогжанова<sup>4</sup>, С.Т. Мамбетов<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Академия логистики и транспорта, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Люблинский технический университет, Люблин, Польша

<sup>3</sup>Университет Туран, Алматы, Казахстан

<sup>4</sup>Алматинский технологический университет, Алматы, Казахстан

E-mail: zhazj@mail.ru

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Аннотация.** Поставлено и получено решение задачи синтеза управления с учетом длины скользящего интервала оптимизации для класса непрерывных многомерных линейных объектов при квадратичном критерии качества. Получено уравнение движения замкнутой многомерной системы в общем нестационарном случае, учитывающее длину интервала оптимизации и установленные их основные свойства.

**Ключевые слова.** Уравнение движения замкнутой многомерной системы, устойчивость одномерных систем управления, непрерывные многомерные линейные объекты, матрица, скользящий интервал прогнозирования.

### Введение.

Рассматривается управление с оптимизацией прогнозов многомерными непрерывными процессами, параметры прогнозируемой модели которых в общем случае изменялись во времени. В дальнейшем исследовании мы будем считать, что свойства управляемых процессов изменяются настолько медленно, что на интервале прогнозирования их можно считать неизменными.

В задачах управления, если оценка качества производится с помощью функционала вида, существуют такие же трудности, как и в дискретном случае, связанная с неограниченностью этих функционалов на бесконечном интервале времени, если внешние воздействия (задающие или возмущающие) не стремятся к свободному движению объекта при  $T \rightarrow \infty$  или не соответственно исчезающими.

Рассмотрим полностью управляемый объект, характеризующийся  $m$ -мерным вектором состояния  $\bar{X}$  и  $r$ -мерным вектором входов  $\bar{U}$ . На объект действует измеряемое и прогнозируемое препятствие  $\bar{\omega}(\tau)$  исчезающее на бесконечности, т.е.  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \bar{\omega}(\tau) \rightarrow \bar{0}$ .

### Материалы и выводы.

Пусть свойства объекта таковы, что на интервале  $[t, t+T]$   $T > 0$  его траектория в фазовом пространстве может быть представлена решением системы линейных дифференциальных уравнений и постоянных коэффициентов:

$$\begin{aligned} \bar{y}'(\tau) &= A\bar{y}(\tau) + B\bar{V}(\tau) + W\bar{\omega}(\tau) \\ \bar{y}(\tau) \Big|_{\tau=t} &= \bar{x}(\tau), \quad t \leq \tau \leq t+T. \end{aligned} \quad (1)$$

Критерий качества, определенный на всем интервале прогнозирования, возьмем в виде:

$$\Phi[\bar{V}(\tau)] = \frac{1}{2} \int_t^{t+T} [(\bar{y}_3(\tau) - \bar{y}(\tau))^T Q (\bar{y}_3(\tau) - \bar{y}(\tau)) + (\bar{V}_3(\tau) - \bar{V}(\tau))^T \times \\ \times R (\bar{V}_3(\tau) - \bar{V}(\tau))] d\tau, \quad (2)$$

где  $Q \geq 0, R > 0$ .

Условие замыкания системы:

$$\bar{U}(t) = \bar{V}^\circ(\tau) \Big|_{\tau=t}, \quad (3)$$

где  $\bar{V}^\circ(\tau) : \Phi(\bar{V}^\circ(\tau)) = \min_{\bar{V}(\tau)} \Phi[\bar{V}(\tau)]$ .

Данное решение поставленной задачи в общем случае, при изменяющихся коэффициентах во времени, выражающее искомое перемещение через фундаментальную матрицу решений системы.

В общем случае фундаментальную матрицу можно получить в виде абсолютно сходящегося ряда - матрицанта, а в том случае, когда коэффициенты уравнения и функционала постоянны, фундаментальная матрица принимает вид:

$$\varphi(\tau, t) = \int_t^\tau G d\xi \equiv \exp[G(\tau - t)], \quad (4)$$

где  $G = \begin{vmatrix} A & P \\ Q & -A^T \end{vmatrix}$ , то есть в этом случае фундаментальная матрица зависит

только от разности  $\tau - t$  и выражается через матричную экспоненту.

Учитывая, что  $\tau = t + T$  получим эту разницу равной длине интервала оптимизации  $T$ . Установим зависимость блочных матриц  $\varphi_{ij}$  от длины интервала  $T$ :

$$\varphi(T) = \begin{vmatrix} \varphi_{11}(T) & \varphi_{12}(T) \\ \varphi_{21}(T) & \varphi_{22}(T) \end{vmatrix} = \exp[G \cdot T]. \quad (5)$$

Для этого рассмотрим характеристическое уравнение матрицы:

$$\Delta(\lambda) \equiv |G - \lambda E| = 0. \quad (6)$$

Собственные числа матрицы  $G$  (корни уравнения (6)) обладают следующим свойством: если  $\lambda_1$  является собственным числом матрицы  $G$ , то  $\lambda_2 = -\lambda_1$  также является собственным.

Доказательство. Пусть число  $\lambda_1$  является корнем характеристического уравнения (6), т.е.

$$\Delta(\lambda_1) = |G - \lambda_1 E| \equiv 0.$$

Выразим этот определитель через элементы матрицы G:

$$\Delta(\lambda_1) = \begin{vmatrix} A - \lambda_1 E & P \\ Q & -A^T - \lambda_1 E \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Найдем его значение, для чего приведем его к квазитреугольной форме путем умножения его слева на определитель со значением 1:

$$\begin{vmatrix} E & 0 \\ -Q(A - \lambda_1 E) & E \end{vmatrix}.$$

Тогда характеристическое уравнение примет вид:

$$\Delta(\lambda_1) = |A - \lambda_1| \cdot |Q(A - \lambda_1)^{-1}P + A^T + \lambda_1 E| \equiv 0. \quad (8)$$

Теперь рассмотрим значение определителя  $\Delta(\lambda)$  при  $\lambda_2 = -\lambda_1$ , предварительно умножив его слева на определитель со значением 1:

$$\begin{vmatrix} E & -P(-A^T + \lambda_1 E)^{-1} \\ 0 & E \end{vmatrix}.$$

Это позволяет сразу написать выражение для искомого определителя:

$$\Delta(-\lambda_1) \equiv |-A^T + \lambda_1 E| \cdot |A + \lambda_1 E - P(-A^T + \lambda_1 E)^{-1}Q|. \quad (9)$$

Теперь достаточно убедиться в том, что транспонирование определителя приводит к тождеству:

$$\Delta^T(-\lambda_1) \equiv \Delta(\lambda_1), \quad (10)$$

что бы считать свойство собственных чисел матрицы G:

$$|G - \lambda_1 E| \equiv 0 \Rightarrow |G + \lambda_1 E| = 0 \quad (11)$$

доказанной.

Рассмотрим каноническую форму Жордана для фундаментальной матрицы:

$$\varphi(T) = \exp GT \equiv L(\exp T)S, \quad (12)$$

где  $S = L^{-1}$ , а L – матрица преобразования подобия.

Используя свойство собственных чисел матрицы G, представим ее каноническую форму в виде:

$$\exp T \equiv \begin{vmatrix} \exp(\lambda) & 0 \\ 0 & \exp(-\lambda) \end{vmatrix}, \quad (13)$$

причем, собственные числа матрицы (m×m) удовлетворяют условию:

$$\lambda_j < 0, \forall j \in 1, 2, \dots, m \dots \quad (14)$$

Такое представление существует в силу доказанного выше свойства (11).

Если структура линейного оператора  $G$  проста, то матрица диагональна с удовлетворяющими условию элементами (14).

Блоки фундаментальной матрицы  $\varphi(T)$  с учетом выражения (12) и (13) могут быть представлены в виде:

$$\begin{pmatrix} \varphi_{11}(T) & \varphi_{12}(T) \\ \varphi_{21}(T) & \varphi_{22}(T) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} l_{11}e^{JT}S_{11} + l_{12}e^{-JT}S_{21} & l_{11}e^{JT}S_{12} + l_{12}e^{-JT}S_{22} \\ l_{21}e^{JT}S_{11} + l_{22}e^{-JT}S_{21} & l_{21}e^{JT}S_{12} + l_{22}e^{-JT}S_{22} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где при  $|l_{11}| \neq 0$ :

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} l_{11}^{-1} + l_{11}^{-1}l_{12}H^{-1}l_{21}l_{11}^{-1} & -l_{11}^{-1}l_{12}H^{-1} \\ -H^{-1}l_{21}l_{11}^{-1} & H^{-1} \end{pmatrix} \quad (16)$$

где  $H = t_{22} - t_{21}t_{11}^{-1}t_{12}$ .

Подставляя (15), получим:

$$\bar{\Psi}^\circ(t) = -K(T)\bar{x}(t) + \bar{d}(t, T) \quad (17)$$

где

$$K(T) = \varphi_{22}^{-1}(T)\varphi_{21}(T) \equiv (E + S_{22}^{-1}l_{22}^{-1}l_{21}e^{JT}l_{22}l_{21}e^{JT}S_{12})^{-1} \times \\ \times l_{21}l_{11}^{-1}(E + S_{21}^{-1}e^{JT}l_{22}^{-1}l_{21}e^{JT}S_{11}), \quad (18)$$

$$\bar{d}(t, T, \bar{\omega}, \bar{y}_3, \bar{V}_3) = \int_t^{t+T} [\varphi_{22}^{-1}(\xi - t)Q\bar{y}_3(\xi) - \varphi_{22}^{-1}(T)\varphi_{21}(t + T - \xi) \times \\ \times (B\bar{V}_3(\xi) + W\bar{\omega}(\xi))] d\xi. \quad (19)$$

Прогноз оптимального вектора состояния  $\bar{y}^\circ(\tau)$  на скользящем интервале оптимизации:

$$\bar{y}^\circ(\tau) = (\varphi_{11}(\tau - t) - \varphi_{12}(\tau - t)K(T))\bar{x}(t) + (\varphi_{12}(\tau - t)\bar{d}(t, T) + \bar{Y}(\tau, t)). \quad (20)$$

$$\text{где } \bar{Y}(\tau, t) = \int_t^\tau [\varphi_{11}(\tau - \xi)(B\bar{V}_3(\xi) + W\bar{\omega}(\xi))\varphi_{12}(\tau - \xi)Q\bar{y}_3(\xi)] d\xi.$$

Прогноз оптимального вектора управления на скользящем интервале оптимизации описывается уравнением:

$$\bar{V}^\circ(\tau) = \bar{V}_3(t) + R^{-1}B^T(\varphi_{22}(\tau - t)K(\tau) - \varphi_{21}(\tau - t))\bar{x}(t) + R^{-1}B^T \times \\ \times (\varphi_{21}(\tau - t)\bar{d}(t, T) + \bar{\Psi}(\tau, t)). \quad (21)$$

Искомое текущее управление влиянием можно описать выражением:

$$\bar{U}(t) = \bar{V}_3(t) - R^{-1}B^T K(T)\bar{x}(t) + R^{-1}B^T \bar{d}(t, T, \bar{\omega}, \bar{y}_3, \bar{V}_3) \quad (22)$$

где  $K(T)$  и  $\bar{d}(t, T)$  определяются соответственно выражениями (18), (19) и (15).

### Результаты и обсуждения.

Уравнение движения замкнутой системы через оптимизацию на скользящем интервале прогнозирования постоянной длины имеет вид:

$$\dot{\bar{x}}(t) = A_3(T)\bar{x}(t) + B\bar{V}_3(t) + W\bar{\omega}(t) + P\bar{d}(t, T, \bar{\omega}, \bar{y}_3, \bar{V}_3), \quad (23)$$

где  $A_3(T) = A - P * K(T)$  является матрицей параметров замкнутого контура, а  $\bar{d}(t, T)$  учитывает влияние задаваемых и возмущающих воздействий на всем интервале оптимизации [3, 4].

Структурная схема системы эквивалентного управлению с оптимизацией прогноза на скользящем интервале приведена на рисунке 1.

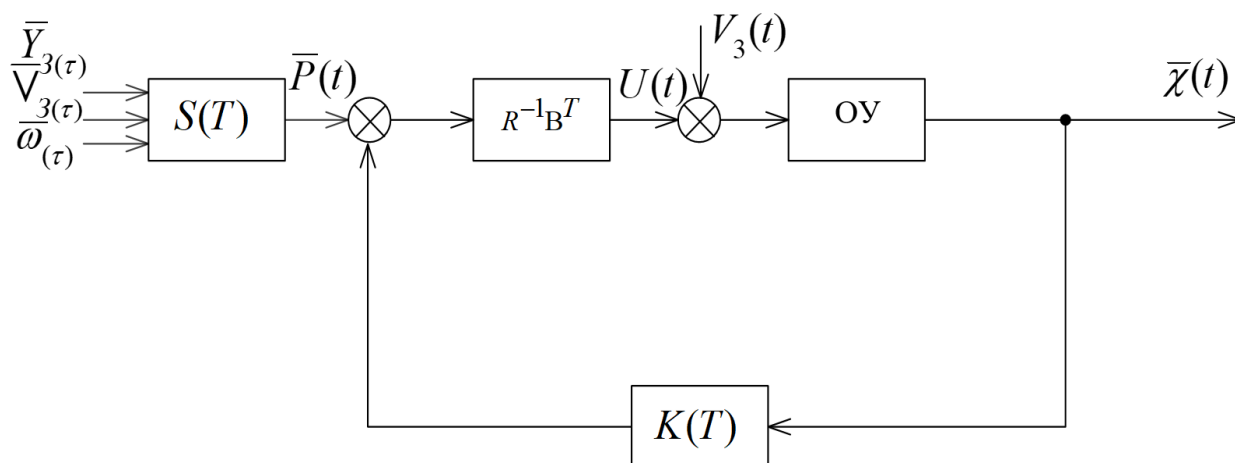


Рисунок 1 – Структурная схема системы эквивалентной управлению с оптимизацией прогноза на скользящем интервале

Рассмотрим уравнение движения замкнутого контура системы:

$$\dot{\bar{x}}(t) = A_3(T)\bar{x}(t) \quad (24)$$

где  $A_3(T) = A + P(E + S_{22}^{-1}e^{JT}l_{22}^{-1}l_{21}e^{JT}S_{12})^{-1}l_{21}l_{11}^{-1}(E + S_{21}^{-1}e^{JT}l_{22}^{-1}l_{21}e^{JT}S_{11})$ .

Первый случай, когда  $T \rightarrow 0$ :

$$\lim_{T \rightarrow 0} A_3(T) \rightarrow A \quad (25)$$

то есть при уменьшении интервала оптимизации (прогнозирования) к нулю контур размыкается, т.е.:

$$\lim_{T \rightarrow 0} K(T) \rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} \varphi_{22}^{-1}(T)\varphi_{21}(T) \rightarrow 0 \quad (26)$$

вследствие того, что

$$\lim_{T \rightarrow 0} \varphi(T) \rightarrow E \Rightarrow \varphi_{22}(T) \rightarrow E, \quad \varphi_{21}(T) \rightarrow 0. \quad (27)$$

Как уже отмечалось выше, это заключение справедливо для всех классов объектов без исключения, так как оно обусловлено принятым принципом управления и видом функционала оптимизации.

Второй случай когда  $T \rightarrow \infty$ :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} A_3(T) \rightarrow (A + Pl_{21}l_{22}^{-1}). \quad (28)$$

Это следует из (18), так как  $\lim_{T \rightarrow \infty} K(T) \rightarrow -l_{21}l_{22}^{-1}$ , при  $\lim_{T \rightarrow \infty} e^{JT} \rightarrow 0$ , так как матрица  $L$  по построению (13) имеет все собственные числа отрицательные.

Равно как и при дискретных уравнениях прогнозирования, можно доказать, что и в этом предельном случае замкнутый контур системы всегда устойчив, независимо от собственной устойчивости или неустойчивости объекта.

Мы не будем здесь приводить доказательств этого факта, потому что случай, когда  $T \rightarrow \infty$  приводит нас к задаче аналитического конструирования регуляторов, которая решалась многими авторами и достаточно хорошо изучена [8 - 9].

Отметим лишь то, что в силу этого обстоятельства параметры матрицы  $K(\infty)$  удовлетворяют конечному нелинейному уравнению:

$$A^T K + KA - KPK + Q = 0 \quad (29)$$

исходящее из уравнений Риккати при  $K \rightarrow \text{const}$ ,  $K \rightarrow 0$ .

С другой стороны, в силу указанной выше асимптотической стойкости предельной замкнутой системы и равномерной по  $T$  сходимости матрицы коэффициентов:

$$K(T) \equiv -(E + S_{22}^{-1}e^{JT}l_{22}^{-1}l_{21}e^{JT}S_{21})^{-1}l_{21}l_{11}^{-1} * \\ * (E + S_{21}e^{JT}l_{22}^{-1}l_{21}e^{JT}S_{11}) \Big|_{T \rightarrow \infty} \rightarrow -l_{21}l_{11}^{-1} \quad (30)$$

имеет место и другое свойство систем управления с оптимизацией на скользящем интервале, а именно: увеличение длины интервала оптимизации сверх некоторого числа  $T^*$  практически не влияет на параметры замкнутого контура.

Отсюда следует практически важные выводы: с одной стороны, при заданном неустойчивом объекте необходимо обеспечить длину интервала прогнозирования больше  $T_{кр}(A, B, Q, R)$  для того, чтобы оптимизация на скользящем интервале обеспечивала хотя бы устойчивость замкнутой системы.

С другой стороны, существует разумный предел длины интервала оптимизации  $T^*(A, B, Q, R)$ , дальнейшее увеличение которой, при рассматриваемых условиях, нецелесообразно.

Движение системы, замыкающейся через оптимизацию на скользящем интервале прогнозирования, при наличии задающего и возмущающего воздействия характеризуется присутствием в правой части уравнения движения (23), слагаемого  $B\bar{V}_3(t) + W\bar{\omega}(t) + P\bar{d}(t, T, \bar{\omega}, \bar{y}_3, \bar{V}_3)$ . Основная особенность его состоит в том, что он входит в уравнение движения как свободный член. Таким образом, процессы в замкнутом контуре системы, то есть собственное динамическое поведение системы не зависит от

желаемого состояния и его действия поэтому эквивалентно некоторому внешнему возмущению. Это возмущение  $\bar{d}(t, T, \bar{\omega}, \bar{y}_3, \bar{V}_3)$  является функцией  $T$  и функционалом по поводу аргументов  $\bar{\omega}(\cdot), \bar{y}_3(\cdot), \bar{V}_3(\cdot)$ . Иными словами, чтобы определить текущее значение этого эквивалентного возмущения, мы должны знать будущие значения задающего и возмущающего воздействия на всем скользящем интервале. Так как управление  $\bar{U}(t)$ , согласно условию замыкания равно (22), это означает, что текущее значение оптимального управления зависит от будущих значений действительного состояния и возмущения.

В задачах управления, если оценка качества производится с помощью функционала вида (2), существуют такие же трудности, как и в дискретном случае, связанная с неограниченностью этих функционалов на бесконечном интервале времени, если внешние воздействия (задающие или возмущающие) не стремятся к свободному движению объекта при  $T \rightarrow \infty$  или не соответственно исчезающими.

Рассмотрим множество задающих воздействий  $\bar{y}_3(\tau)$ , удовлетворяющих на всем скользящем интервале  $T$  условию:

$$\bar{y}_3'(\tau) \equiv A\bar{y}_3(\tau), t \leq \tau \leq t + T \quad (31)$$

при произвольных начальных условиях, или, что тоже самое:

$$\bar{y}_3(\tau) = \bar{\Phi}(\tau, t) \bar{y}_3(t), \tau > t, \quad (32)$$

где фундаментальная матрица решений уравнения (31):

$$\bar{\Phi}(\tau, t) = \exp A \cdot (\tau - t). \quad (33)$$

Тогда, вводя обозначение для ошибки  $\bar{e}(\tau) = \bar{y}_3(\tau) - \bar{y}(\tau)$ , можно представить критерий качества (2) в виде:

$$\bar{\Phi}[\bar{V}(\cdot)] = \frac{1}{2} \int_t^{t+T} [\bar{e}^T(\tau) Q \bar{e}(\tau) + \bar{V}^T(\tau) R \bar{V}(\tau)] d\tau, \quad (34)$$

а уравнение объекта (1), учитывая тождество (29), можно записать в виде:

$$\bar{e}'(\tau) = A\bar{e}(\tau) - B\bar{V}(\tau). \quad (35)$$

Таким образом, для данного класса задающих воздействий задачу понижения можно свести к задаче без внешних воздействий для некоторого эквивалентного линейного объекта (35), отличающегося от исходного (1) только знаком при управлении и составом вектора состояния. Пользуясь вышеизложенным методом, выводом уравнений движения замкнутой системы, получим следующие выражения для управления:

$$\bar{V}(\tau)^0 = -R^{-1} B^T \bar{\psi}(\tau)^0 \quad (36)$$

преобразованной системы соединенных уравнений:

$$\begin{pmatrix} \|\bar{e}_{(\tau)}^{0'}\| \\ \|\bar{\psi}_{(\tau)}^{0'}\| \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \|\bar{e}_{(\tau)}^{0}\| \\ \|\bar{\psi}_{(\tau)}^{0}\| \end{pmatrix}, \text{ при } \begin{cases} \bar{e}_{(\tau_0)}^{0}|_{\tau=t} = \bar{e}(t) \\ \bar{\psi}_{(\tau)}^{0}|_{t+T} = \bar{0} \end{cases}, \quad (37)$$

где матрица  $G$  определяется выражением (4), следовательно сохраняются все свойства и значения ее собственных чисел и векторов:

$$\bar{\psi}_{(\tau)}^{0} = -K_{(T)}\bar{e}_{(t)}, \quad (38)$$

где  $K(T)$  – определяется выражением (3.52).

Текущее управляющее действие:  $\bar{U}_{(t)} = R^{-1}B^T K_{(T)}\bar{e}_{(t)}$ .

Уравнение движения (относительно ошибки) замкнутой системы:

$$\dot{\bar{e}}_{(t)} = A_3(T)\bar{e}_{(t)}, \quad (39)$$

где  $A_3(T) = A - PK_{(T)}$ .

Сразу отметим, как следствие из настоящего исследования, что объекты вида:

$$\dot{\bar{x}}_{(t)} = A\bar{x}_{(t)} \pm B\bar{V}_{(t)} \quad (40)$$

при замыкании через оптимизацию на скользящем интервале приведут к одной и той же замкнутой системе (23).

Таким образом, возможность для данного класса объектов представить фундаментальную матрицу  $(k, n)$  в виде (23) позволяет установить явный вид зависимости всех интересующих нас переменных от длины интервала оптимизации  $T$ .

Как и в дискретном случае, основная особенность систем с оптимизацией на скользящем интервале постоянной конечной длины при постоянных значениях параметров модели объекта и функционала заключается в том, что получаемая при этом замкнутая система управления имеет постоянные во времени параметры, зависящие только от длины интервала оптимизации  $T$  в отличие от случая когда конечный интервал оптимизации имеет фиксированный по времени конец.

### Заключение.

Исследованы зависимости динамических свойств систем управления и их устойчивость от длины интервала оптимизации для многомерных объектов, параметры которых инвариантны во времени.

Подробно исследовано влияние длины скользящего интервала оптимизации, а также параметров объекта и функционала оптимизации на динамические свойства и, в частности, устойчивость одномерных систем управления.

### ЛИТЕРАТУРА

[1] Saidmamatov, A. T. (2022). Theory of Optimal Design of Construction. *Eurasian Journal of Engineering and Technology*, 11, 43-48. Retrieved from <https://www.geniusjournals.org/index.php/ejet/article/view/2325>

[2] Balashevich, N. V., Gabasov, R., & Kirillova, F. M. (2000). Numerical methods for open-loop and closed-loop optimization of linear control systems. *Computational mathematics and mathematical physics*, 40 (6), 799-819.

<https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=01ad974672970347830ad2f08083b520fc10c5ec>

[3] Pontryagin, L. S. Selected Works: The Mathematical Theory of Optimal Processes, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1201/9780203749319>.

[4] Pandey, A. P., & de Oliveira, M. C. (2019). Discrete-time  $H_\infty$  control of linear parameter-varying systems. *International Journal of Control*, 92(12), 2750-2760. DOI: <https://doi.org/10.1080/00207179.2018.1459855>

[5] Chang, X., Liu, R., & Park, J. H. (2019). A Further Study on Output Feedback  $H_\infty$  Control for Discrete-Time Systems, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs. Early Access*.

[6] Isufi, E., Loukas, A., Perraudin, N., & Leus, G. (2019). Forecasting time series with varma recursions on graphs. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 67(18), 4870-4885. Dyatlov S., Zworski M. Mathematical theory of scattering resonances. – American Mathematical Soc., 2019. – Т. 200. DOI: 10.1109/TSP.2019.2929930

[7] Zhang, F. (2011). *Matrix theory: basic results and techniques* (pp. 199-245). New York: Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-1099-7>

[8] Ghaemi, M. B., Gharakhanlu, N., Rassias, T. M., & Saadati, R. (2021). *Advances in Matrix Inequalities*. Springer. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-76047-2>

[9] Vasilevskiy, O., Kulakov, P., Kompanets, D., Lysenko, O. M., Prysyzhnyuk, V., Wójcik, W., & Baitussupov, D. (2018, October). A new approach to assessing the dynamic uncertainty of measuring devices. In *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments 2018* (Vol. 10808, pp. 728-735). SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.2501578>

[10] Antipov, A. S., Krasnov, D. V., & Utkin, A. V. (2019). Decomposition synthesis of the control system of electromechanical objects in conditions of incomplete information. *Mechanics of Solids*, 54, 669-682. <https://doi.org/10.3103/S0025654419050042>

[11] Aliev, F. A., Aliev, N. A., Velieva, N. I., & Safarova, N. A. (2020). Larin Parameterization to Solve the Problem of Analytical Construction of the Optimal Regulator of Oscillatory Systems with Liquid Dampers. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 6(Special Issue), 1426-1430. <https://doi.org/10.22055/JACM.2020.34950.2548>

**Жазира Джулаева**, докторант, Логистика және көлік академиясы, Алматы, Қазақстан, [zhazj@mail.ru](mailto:zhazj@mail.ru)

**Вальдемар Вуйчик**, д.т.н., профессор, Люблин техникалық университеті, Люблин, Польша, [waldemar.wojcik@pollub.pl](mailto:waldemar.wojcik@pollub.pl)

**Гулжан Кашаганова**, PhD, Тұран Университеті, Алматы, Қазақстан, [guljan\\_k70@mail.ru](mailto:guljan_k70@mail.ru)

**Күлжан Тогжанова**, PhD, доцент, Алматы технологиялық университеті, Алматы, Қазақстан, [togzhanova\\_kuljan@mail.ru](mailto:togzhanova_kuljan@mail.ru)

**Сакен Мамбетов**, магистр, лектор, Алматы технологиялық университеті, Алматы, Қазақстан, [mambetov.saken@gmail.com](mailto:mambetov.saken@gmail.com)

## АВТОМАТТЫ БАСҚАРУҒА АРНАЛҒАН МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬ

**Аңдатпа.** Квадраттық сапа критерийлері бар үздіксіз көпөлшемді сызықтық объектілер класы үшін оңтайландырудың жылжымалы интервалының ұзындығын ескере отырып, басқару синтезі мәселесін шешу қойылды және алынды. Оңтайландыру аралығының ұзындығын және олардың белгіленген негізгі қасиеттерін ескере отырып, жалпы стационарлық емес жағдайда тұйық көпөлшемді жүйенің қозғалыс теңдеуі алынды.

**Түйінді сөздер.** Тұйық көпөлшемді жүйенің қозғалыс теңдеуі, бір өлшемді басқару жүйелерінің тұрақтылығы, үздіксіз көпөлшемді сызықтық объектілер, матрица, жылжымалы болжау аралығы.

**Jazira Zhulaeva**, doctoral student, Academy of logistics and transport, Almaty, Kazakhstan, zhazj@mail.ru

**Waldemar Wojcik**, doctor of technical sciences, professor, Lublin Technical University, Lublin, Poland, waldemar.wojcik@pollub.pl

**Gulzhan Kashaganova**, PhD, Turan University, Almaty, Kazakhstan, guljan\_k70@mail.ru

**Kulzhan Togzhanova**, PhD, docent, Almaty Technological University, Almaty, Kazakhstan, togzhanova\_kuljan@mail.ru

**Saken Mambetov**, master, lecturer, Almaty Technological University, Almaty, Kazakhstan, mambetov.saken@gmail.com

## MATHEMATICAL MODEL FOR AUTOMATIC CONTROL

**Annotation.** A solution to the problem of control synthesis is formulated and obtained taking into account the length of the sliding optimization interval for a class of continuous multidimensional linear objects with a quadratic quality criterion. The equation of motion of a closed multidimensional system in the general nonstationary case is obtained, taking into account the length of the optimization interval and their established basic properties.

**Keywords.** Equation of motion of a closed multidimensional system, stability of one-dimensional control systems, continuous multidimensional linear objects, matrix, sliding prediction interval.

\*\*\*\*\*