

Т.А. Шмыгалева[■], Ә.Р. Әбдіханиев

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан
E-mail: alisher147741@gmail.com

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАСКАДНО-ВЕРОЯТНОСТНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ПРОТОНОВ

Аннотация. В данной работе исследования проводятся в рамках каскадно-вероятностного (КВ) метода. Основа КВ-метода состоит в получении и дальнейшем использовании каскадно-вероятностных функций для стабильных и нестабильных частиц, в нашем случае для стабильных частиц – протонов. Данный метод является аналитическим, и, следовательно, существует возможность вычислить КВФ, спектр первично-выбитых атомов (ПВА), количество образующихся дефектов на любой глубине облучаемого материала и проследить весь процесс взаимодействия налетающих частиц, в данном случае протонов, с металлами и полупроводниками и образования дефектов в динамике. Целью работы является получение математических моделей КВФ с учетом потерь энергии на ионизацию и возбуждение для протонов. Задачами исследования являются анализ КВ-функций и представление свойств, характеризующих эти функции, создание алгоритма расчета, выполнение расчетов КВФ для протонов на различных мишенях. Полученные результаты могут быть использованы учеными в области радиационной физики твердого тела.

Ключевые слова. Алгоритм, расчет, аппроксимация, каскадно-вероятностная, функция, протон.

Введение.

Проблемам взаимодействия частиц с веществом и образования радиационных дефектов посвящено большое количество работ [1-7]. Работа выполнена в рамках аналитического КВ-метода, история формирования и развития которого, математический аппарат, применение в различных областях физики, а также радиационной физики твердого тела представлены в [8-11]. Когда происходит взаимодействие заряженных частиц с веществом нарушается внутренняя структура материала, которая становится причиной образования радиационных дефектов. В случае протонного облучения дефекты представляют собой вакансионные кластеры. В настоящее время практически не существует корректных математических моделей, которые дают возможность выполнить расчеты концентрации вакансионных кластеров по глубине облученного вещества. Также при облучении заряженными частицами традиционно вычисляют концентрацию точечных дефектов, характерную для электронного облучения, пренебрегая тем, что возможно образование кластеров дефектов на динамическом этапе повреждения. Имеющиеся математические модели, позволяющие рассчитать параметры вакансионных кластеров, дают иногда двойственные результаты, не всегда согласуются с экспериментальными данными. В связи с этим появляется необходимость создания новых физических и математических моделей, описывающих процесс взаимодействия частиц с веществом и образования в твердых телах радиационных дефектов, облученных заряженными частицами.

Для подобных процессов предлагается следующая физическая модель. Заряженная частица по пути своего движения непрерывно теряет энергию на ионизацию и возбуждение. Соударения с атомами, ядрами происходят дискретно. После столкновений

первичные частицы сохраняют направление своего движения. При движении заряженных частиц через вещество их пробег зависит от энергии через сечение взаимодействия $\lambda(E) = 1/\sigma(E) * n$, где n - число атомов в кубическом сантиметре среды [10]. В соответствии с этой физической моделью разработаны математические модели каскадно-вероятностных функций для различных заряженных частиц, с использованием известных общих рекуррентных соотношений КВФ [10]. Полученные КВ - функции используются далее для расчета спектров ПВА и концентрации радиационных дефектов, образованных при облучении твердых тел электронами, протонами, альфа-частицами с энергиями 1-50 МэВ и ионами (1-1000 КэВ). Как показывают расчеты, эти результаты довольно хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными [10].

В работе получены математические модели каскадно-вероятностных функций с учетом потерь энергии при протонном облучении в рамках КВ-метода. Проведено исследование и приведены основные свойства КВФ. В ряде случаев КВ-функции, учитывающие потери энергии на ионизацию и возбуждение, преобразуются в КВФ без учета потерь энергии, что свидетельствует о достоверности полученных результатов, так же, как и другие свойства.

Материалы и методы.

При взаимодействии заряженных частиц с веществом основными характеристиками являются дифференциальное и интегральное сечение взаимодействия. Для протонов интегральное сечение взаимодействия вычисляется по формуле Резерфорда [9]:

$$\sigma(E_1) = 4\pi a_0^2 \varepsilon_r^2 z_1^2 z_2^2 \frac{m_1 c^2}{m_2 c^2} \frac{1}{E_1} \left[\frac{1}{E_d} - \frac{1}{E_{2 \max}} \right] 10^{24} \text{ (барн)}, \quad (1)$$

где $m_1 c^2$ - энергия покоя протона, $m_2 c^2$ - энергия покоя мишени, z_1 - заряд протона, z_2 - заряд мишени, E_d - энергия смещения, $E_{2 \max}$ - максимальная кинетическая энергия, приобретенная атомом, E_1 - кинетическая энергия налетающей частицы, в данном случае протона.

Глубины проникновения для протонов находим из таблиц пробегов и тормозных способностей для легких ионов [12]. Рассчитанные по формуле (1) значения сечений аппроксимируются следующим выражением [13]:

$$\sigma(h) = \sigma_0 \left(1 + \frac{1}{a(E'_0 - kh)} \right) \quad (2)$$

где σ_0 , a , E'_0 , k - аппроксимационные параметры, h - глубина проникновения.

Используя известное уравнение Колмогорова-Чэпмена [14], получим следующее рекуррентное соотношение для вывода КВФ:

$$\psi_n(h', h, E_0) = \int_{h'}^h \psi_{n-1}(h', h'', E_0) \frac{1}{\lambda_0} \left(1 + \frac{1}{a(E_0 - kh'')} \right) \psi_0(h'', h, E_0) dh'', \quad (3)$$

где $\psi_n(h', h, E_0)$ - вероятность испытать частице n соударений, достигнув глубины h - вероятность перехода за n шагов, $\psi_{n-1}(h', h'', E_0)$ - вероятность испытать частице $(n - 1)$ соударение - вероятность перехода за $(n - 1)$ шаг, $\psi_0(h'', h, E_0)$ - вероятность того, что частица достигнет глубины h , не испытав при этом ни одного соударения - вероятность перехода за 1 шаг, $\frac{dh''}{\lambda}$ - вероятность того, что частица испытает соударение на глубине h'' , E_0 - первоначальная энергия первичной частицы.

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \left(1 + \frac{1}{\alpha(E_0 - kh'')} \right),$$

λ - пробег на взаимодействие, $1/\lambda_0 = \sigma_0$.

Из рекуррентного соотношения (3) получим аналитическое выражение КВФ для протонов:

$$\psi_n(h', h, E_0) = \frac{1}{n! \lambda_0^n} \left(\frac{E_0 - kh'}{E_0 - kh} \right)^{-l} \exp\left(-\frac{h-h'}{\lambda_0}\right) \left(h - h' + \frac{\ln\left(\frac{E_0 - kh'}{E_0 - kh}\right)}{\alpha k} \right)^n, \quad (4)$$

где n - число взаимодействий, $l = 1/\lambda_0 \alpha k$, h', h - глубины генерации и регистрации соответственно.

При больших значениях числа взаимодействий для выполнения расчетов КВФ предложена следующая формула:

$$\psi_n(h', h, E_0) = \exp\left(-n \ln(\lambda_0) - \ln n! - \frac{1}{\lambda_0 \alpha k} \ln\left(\frac{E_0 - kh'}{E_0 - kh}\right) - \frac{h-h'}{\lambda_0} + n \ln\left(h - h' + \frac{1}{\alpha k} \ln\left(\frac{E_0 - kh'}{E_0 - kh}\right)\right)\right) \quad (5)$$

Результаты.

Проведем математический анализ КВФ с учетом потерь энергии для протонов.

- $\lim_{h \rightarrow 0} \psi_n(h, E_0) = \frac{1}{n! \lambda_0^n} \left(\frac{E_0}{E_0 - kh} \right)^{-l} \exp\left(-\frac{h}{\lambda_0}\right) \left[h + \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E_0 - kh}\right)}{\alpha k} \right]^n$.
- $\lim_{k \rightarrow 0} \psi_0(h', h, E_0) = \exp\left(-\frac{h-h'}{\lambda}\right)$, $\lim_{k \rightarrow 0} \psi_n(h', h, E_0) = \frac{(h-h')^n}{n! \lambda^n} \exp\left(-\frac{h-h'}{\lambda}\right)$,

где $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} \left(1 + \frac{1}{\alpha E_0} \right)$, т.е. КВ-функции, учитывающие потери энергии на ионизацию и возбуждение электронных оболочек атомов среды, переходят в КВФ без учета изменения пробега на взаимодействие, а соответственно и потерь энергии.

3. $\lim_{h \rightarrow h'} \psi_n(h', h, E_0) = 0$, очевидно, что вероятность того, что частица испытает n соударений на нулевой глубине, равна нулю, $\lim_{h \rightarrow h'} \psi_0(h', h, E_0) = 1$, вероятность того, что частица испытает 0 соударений на нулевой глубине, равна единице.

- $\lim_{\lambda_0 \rightarrow \infty} \psi_0(h', h, E_0) = 0$; $\lim_{\lambda_0 \rightarrow \infty} \psi_0(h', h, E_0) = 1$.
- $\lim_{n \rightarrow 0} \psi_n(h', h, E_0) = \left(\frac{E_0 - kh'}{E_0 - kh} \right)^{-l} * \exp\left(\frac{h-h'}{\lambda_0}\right) = \psi_0(h', h, E_0)$.
- $n \rightarrow \infty$.

Разбивая $\psi_n(h', h, E_0)$ на n слагаемых, находя предел от каждого слагаемого и применяя формулу Стирлинга, получим

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \psi_n(h', h, E_0) = 0,$$

т.е. вероятность того, что частица испытает бесконечное число соударений, несомненно равна нулю.

$$7. \int_{h'}^h \frac{\psi_0(h', h, E_0) dh}{\lambda(h)} = 1, \quad (6)$$

где $\lambda(h) = 1/(\sigma(h)n_0)$,

n_0 - число атомов мишени в кубическом сантиметре. Это свойство показывает, что частица в заданный момент времени расположена на определенной глубине. Данный интеграл не выражается через элементарные функции и поэтому был рассчитан численно методом Гаусса. Результаты расчетов подтверждают справедливость равенства (6).

Найденные по формуле Резерфорда значения сечений аппроксимируются выражением (2). Теоретические корреляционные отношения для всех элементов находятся в интервале 0,98 – 0,99999. На рисунке 1 представлена зависимость $\sigma(h)$ для протонов в железе при различных значениях E_0 . Из результатов аппроксимации видно, что при увеличении первоначальной энергии протона, теоретические корреляционные отношения имеют тенденцию уменьшаться.

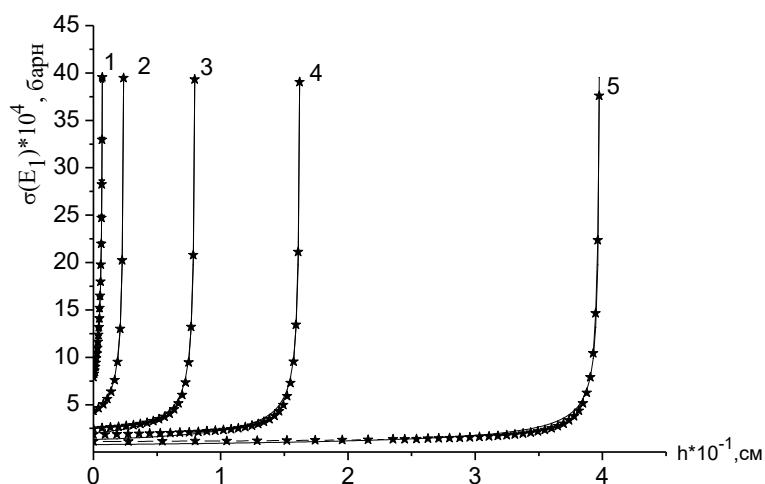


Рисунок 1 - Зависимость аппроксимации сечения взаимодействия от глубины проникновения для протонов в железе, $E_0 = 5, 10, 20, 30, 50$ МэВ (1-5)

При нахождении коэффициентов аппроксимации для протонов появляются трудности, заключающиеся в следующем:

1) С увеличением первоначальной энергии протона теоретическое корреляционное отношение уменьшается и, следовательно, усложняется подбор аппроксимационного выражения.

2) Шаг по глубине проникновения колеблется, он то мал, то велик, сами же глубины малы, в то время как значения сечений взаимодействия велики.

3) Требуется производить расчет для каждой мишени и первоначальной энергии первичной частицы.

4) Нужно иметь достаточное количество точек.

5) Необходимо задать начальные данные.

Ранее для подбора аппроксимационных выражений и нахождения коэффициентов аппроксимации использовались специальные пакеты программ, в частности Origin версии 7.0 и выше. При этом подбор аппроксимационных коэффициентов сильно зависел от начальных данных, процесс подбора иногда имел большое количество итераций и занимал достаточно много времени. Если начальные данные заданы неудачно, то не всегда удавалось выполнить аппроксимацию и найти коэффициенты аппроксимации. В данной работе для нахождения коэффициентов аппроксимации использовался метод Левенберга-Марквардта [15]. Алгоритм Левенберга-Марквардта, основан на эвристических соображениях, осуществляется минимизация функционала, функция может задаваться в произвольном виде, количество коэффициентов может меняться. Подбор функции не зависит от начальных данных, достаточно один раз задать данные для наших функций, например, в пределах от -1 до 1.

Расчеты каскадно-вероятностных функций с учетом потерь энергии для протонов в зависимости от числа взаимодействий и глубины проникновения частиц выполнены по формуле (5). Из расчетов видно (рисунок 2,3), что КВФ для протонов ведут себя следующим образом: при значениях $n = 0,1$ КВФ в зависимости от h убывают, с увеличением n КВФ возрастают, достигая максимума и начинают убывать; при остальных n возрастают. При малых E_0 кривые с увеличением h уже имеют максимум, при малых h кривые не имеют максимума, при h , приближающемся к h_{max} , кривые возрастают. При больших значениях E_0 кривые имеют максимум уже при малых h , который смещается вправо с увеличением n и h и затем исчезает. Поведение КВФ в зависимости от n характерно тем, что при малых E_0 кривые с увеличением h уже имеют максимум, при малых h кривые не имеют максимума, при h , приближающемся к h_{max} кривые возрастают. При больших значениях E_0 кривые имеют максимум уже при малых h , который смещается в область больших глубин с увеличением n и h и затем исчезает.

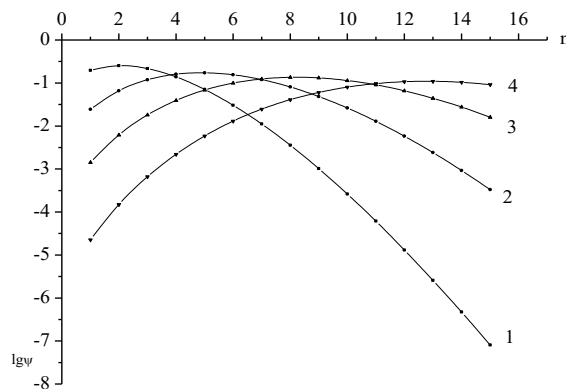


Рисунок 2 - Зависимость $\psi_n(h', h, E_0)$ от n для протонов в меди при $E_0=15$ МэВ для $h=0,01; 0,02; 0,03; 0,04$ см (1-4)

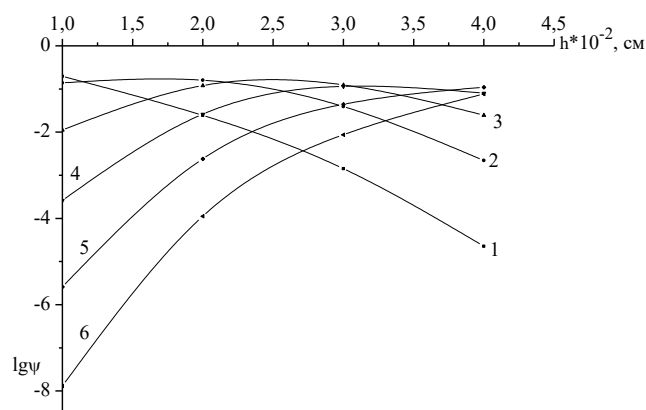


Рисунок 3 - Зависимость $\psi_n(h', h, E_0)$ от h для протонов в меди при $E_0=15$ МэВ для $n = 1, 4, 7, 10, 13, 16$ (1-6)

Для расчета сечений взаимодействия, КВ-функций в зависимости от глубины наблюдения и числа взаимодействий разработано Web-приложение на языке python с использованием фреймворка Django. Для оформления приложения применялся фреймворк bootstrap 5. Для работы с базой данных использовалась СУБД Microsoft SQL Server 2019.

Обсуждение.

Полученные математические модели КВФ используются в дальнейшем для расчета спектров ПВА, концентрации вакансионных кластеров, поскольку входят в выражения для расчета перечисленных вероятностных характеристик. Спектр ПВА – вероятность того, что от одного протона образуется определенное количество частиц, концентрация дефектов – вероятность образования от одного протона определенного количества дефектов. Конечной целью исследования процесса радиационного дефектообразования при взаимодействии протонов с веществом, является определение количества образующихся дефектов на любой глубине облучаемого материала. Получив выражение КВФ и модифицированное выражение для расчета, эта цель была реализована.

Ранее аналогичные задачи решались методом Монте-Карло [16], с применением уравнений Больцмана, но получить математические модели КВФ, модели расчета спектров ПВА, концентрации каскадных областей удалось только в рамках аналитического КВ-метода. В связи с этим можно провести расчеты и получить результаты перечисленных выше вероятностных характеристик. В рамках КВ-метода первоначально использовалась простейшая КВФ без учета потерь энергии, т.е. предполагалось, что энергия и пробег между соударениями постоянны. Использование простейшей КВФ приводило к большим погрешностям в расчетах. В данной работе применяется КВФ с учетом потерь энергии, следовательно, спектр ПВА и концентрация дефектов в дальнейшем будут рассчитаны с учетом потерь энергии. При проведении расчетов возникают различные сложности, в связи с чем предлагаются новые методы, алгоритмы, приемы, позволяющие устранить эти сложности. Так, например, при больших значениях числа соударений не удается выполнить расчет КВФ по формуле (4), для этого предлагается формула (5).

В работе использовался современный метод Левенберга-Марквардта, позволяющий упростить подбор аппроксимационного выражения. Для ведения баз данных и разработки полнофункционального Web-приложения применялись современные СУБД, языки программирования, фреймворки.

Заключение.

Таким образом, в работе показана методология получения КВФ, а именно последовательное выполнение следующих этапов: получение значений интегральных сечений взаимодействия, глубин проникновения, подбор аппроксимационного выражения для рассчитанных сечений взаимодействия и нахождение параметров аппроксимации для протонов на различных мишенях, значение первоначальной энергии протона меняется в пределах от 5 до 30 МэВ. Аппроксимация производится таким образом, чтобы теоретическое корреляционное отношение было близко к 1. Найденное аппроксимационное выражение входит в рекуррентное соотношение, из которого выводится аналитическое выражение КВ-функции, учитывающей изменение пробега на взаимодействие и потери энергии на ионизацию и возбуждение, для протонов. Разработан алгоритм расчета вероятностей перехода и выполнены расчеты этих функций. Проведено исследование каскадно-вероятностных функций и представлены отдельные свойства этих функций. Проанализировано поведение рассчитанных КВФ.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Potekaev, A.I., Kislitsyn, S.B., Uglov, V.V., Klopotov, A.A., Gorlachev, I.D., Klopotov, V.D., Grinkevich, L.S. (2016) Radiation Stability of Triple Coatings Based on Transition-Metal Nitrides Under Irradiation by Alpha Particles and Argon Ions. Russian Physics Journal, -Vol. 1, 99-108. <https://doi.org/10.1007/s11182-016-0743-6>

[2] Kulikov, D.V., Lubov, M.N., Trushin, Y.V., Kharlamov, V.S. (2015) Kinetic modeling of the growth of copper clusters of various heights in subsurface layers of lead. *Technical Physics Letters*, -Vol. 41, -No. 10. 961-963. <https://doi.org/10.1134/S1063785015100090>

[3] Tulegenova, M., Ilyin, A., Guseinov, N., Beall, G., Kuanyshbekov, T. (2019) Computer simulation of the effect of structural defects on the effectiveness of the graphene's protective properties. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, -Vol. 16, -No. 2, 351-354. <https://doi.org/10.1166/jctn.2019.8020>

[4] Pezoldt, J., Kharlamov, V. S., Kulikov, D. V., Lubov, M. N., Trushin, Y. V. (2016) Concentration Profile Simulation of SiC/Si Heterostructures. *Materials Science Forum*, -Vol. 858, 501-504. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/msf.858.501>

[5] Konstantinov, S.V., Komarov, F.F. (2019) Effects of nitrogen selective sputtering and flaking of nanostructured coating TiN, TiAlN, TiAlN, TiCrN, (TiHfzrVNB)_n under helium ion irradiation. *Acta Physica Polonica A*, -Vol. 136, -No. 2, 303-309. <https://doi.org/10.12693/APhysPolA.136.303>

[6] Komarov F.F. (2017) Nano- and microstructuring of solids by swift heavy ions. *Physics-Uspokhi*, -Vol. 187, -No. 5, 465-504. <https://doi.org/10.3367/UFNe.2016.10.038012>

[7] Agranovich V.M., Kirsanov V.V. (1976) Problemy modelirovaniya radiacionnykh povrezhdenij v kristallah [Problems of modeling radiation damage in crystals]. *Uspehi fiz. nauk*. t. 118, №1. 2-51. (In Russian) <https://doi.org/10.3367/UFNr.0118.197601a.0003>

[8] Kupchishin, A.I., Voronova, N.A., Shmygaleva, T.A., & Kupchishin, A.A. (2018) Computer Simulation of Vacancy Clusters Distribution by Depth in Molybdenum Irradiated by Alpha Particles. *Key Engineering Materials*, -Vol. 781, 3-72. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.781.3>

[9] Boos, E.G., Kupchishin, A.A., Kupchishin, A.I., Shmygalev, E.V., Shmygaleva, T.A. (2015) Kaskadno-verojatnostnyj metod, reshenie radiacionno-fizicheskikh zadach, uravnenij Bol'cmana. Svjaz' s cepjami Markova. Monografija. [Cascade probabilistic method, solution of radiation-physical problems, Boltzmann equations. Relation to Markov chains] *KazNPU im. Abaja, NII NHT i M KAZNU im. al'-Farabi*, 388. (In Russian)

[10] Kupchishin, A.A., Kupchishin, A.I., Shmygaleva, T.A. (1998) Matematicheskoe modelirovanie kaskadno-verojatnostnykh funkciy dlja zarjzhennykh chastic. Monografija. [Mathematical modeling of cascade probability functions for charged particles. Monograph.] *AGU im. Abaja, FTC*, 126.

[11] Kupchishin A.I., Shmygalev E.V., Shmygaleva T.A., Jorabayev A.B. (2015) Relationship between Markov Chains and Radiation Defect Formation Processes by Ion Irradiation. *Modern Applied Science*, 59-70. <https://doi.org/10.5539/mas.v9n3p59>

[12] Nemeč O.F., Gofman Ju.V. (1975) *Spravochnik po jadernoj fizike* [Handbook of Nuclear Physics]. Naukova dumka, 416. (In Russian)

[13] Shmygaleva T.A., Kuvatbaeva A.A., Kupchishin A.A., Kupchishin A.I. (2017) O svjazi kaskadno-verojatnostnogo metoda s uravneniem Kolmogorova-Chjepmena. [On the relation of the cascade probabilistic method to the Kolmogorov-Chapman equation]. *Informatika i prikladnaja matematika: Mat. Mezhd. nauch. konf.* 407-418. (In Russian)

[14] Feller V. (1984) *Vvedenie v teoriju verojatnostej i ee prilozhenija*. [Introduction to Probability Theory and Applications] Mir, 527. (In Russian)

[15] Fan, J., Huang, J. & Pan, J. (2019) An Adaptive Multi-step Levenberg–Marquardt Method // *Journal of Scientific Computing*, -Vol. 78, 531-548.

[16] Ermakov S.M. (2018) *Metod Monte-Karlo v vychislitel'noj matematike. Vvodnyj kurs*. [The Monte Carlo method in computational mathematics. An introductory course.] *Prosveshhenie/Binom*, 192. (In Russian)

Татьяна Шмыгалева, т.ғ.д., профессор, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан, shmyg1953@mail.ru

Әлішер Әбдіханиев, магистрант, Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан, alisher147741@gmail.com

ПРОТОНДАР ҮШІН КАСКАДТЫ-ЫҚТИМАЛДЫҚ ФУНКЦИЯЛАРЫН МОДЕЛЬДЕУ

Андатпа. Бұл жұмыста зерттеулер каскадты-ықтималдық (КЫ) әдіс аясында жүргізіледі. КЫ әдісінің негізі тұрақты және тұрақсыз бөлшектер үшін, біздің жағдайда тұрақты бөлшектер-протондар үшін каскадты ықтималдық функцияларын алу және одан әрі пайдалану болып табылады. Бұл әдіс аналитикалық болып табылады, сондықтан КЫФ, бірінші соғылған атомдар спектрін (БСА), сәулеленетін материалдың кез келген тереңдігінде пайда болған ақаулар санын есептеуге және бөлшектердің затпен әрекеттесуінің процесін және ақаулардың пайда болу динамикасын бақылауға болады. Жұмыстың мақсаты - протондардың ионизациясы мен қозуы кезіндегі энергия шығындарын ескере отырып, КЫФ математикалық модельдерін алу. Зерттеудің міндеттері - КЫ функцияларын талдау және осы функцияларды сипаттайтын қасиеттерді көрсету, есептеу алгоритмін құру және әртүрлі нысандарда протондар үшін КЫФ есептеулерін орындау болып табылады. Алынған нәтижелерді қатты дененің радиациялық физикасы саласындағы ғалымдар қолдана алады.

Түйінді сөздер. Алгоритм, есеп, аппроксимация, каскадты ықтималдық, функция, протон.

Tatyana Shmygaleva, doctor of technical sciences, professor, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, shmyg1953@mail.ru

Alisher Abdikhaniyev, master, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan, alisher147741@gmail.com

MODELING OF CASCADE PROBABILITY FUNCTIONS FOR PROTONS

Abstract. In this paper, the research is carried out within the framework of the cascade probabilistic (CP) method. The basis of the CP method consists in obtaining and further using cascade probability functions for stable and unstable particles, in our case for stable particles - protons. This method is analytical and, consequently, it is possible to calculate the CPF, the spectrum of primary knocked-out atoms (PKA), the number of formed defects at any depth of the irradiated material, and to trace the whole process of interaction of flying particles, in this case protons, with metals and semiconductors and defect formation in dynamics. The aim of the work is to obtain mathematical models of the CPF, considering the energy losses for ionization and excitation for protons. The objectives of the study are to analyze the CP functions and to present the properties characterizing these functions, to create a calculation algorithm, and to perform calculations of the CPF for protons on various targets. The results obtained can be used by scientists in the field of radiation physics of solids.

Keywords. Algorithm, calculation, approximation, cascade probability, function, proton.
